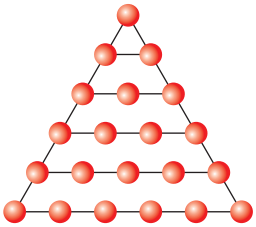
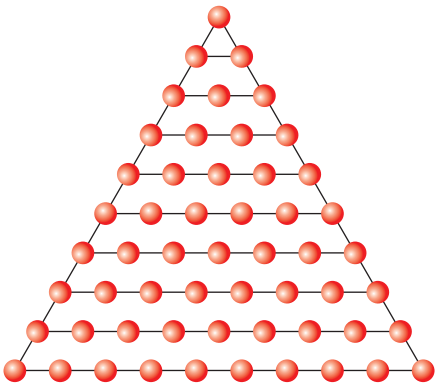
Página 9

Números y formas geométricas

1. **¿Serías capaz de dibujar el siguiente? ¿Y el décimo?**

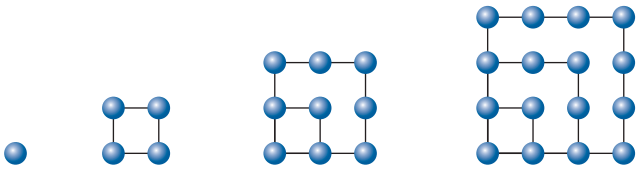


21

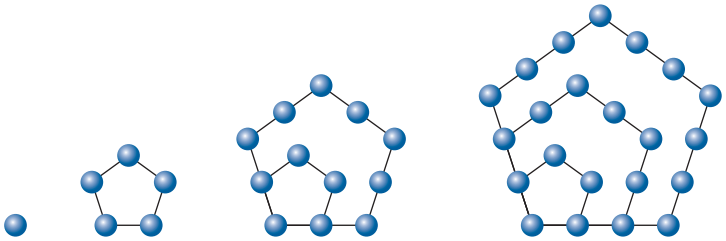


55

2. **Teniendo en cuenta lo que sabes sobre números triangulares, busca y dibuja los cuatro primeros números cuadrados y los cuatro primeros números pentagonales.**

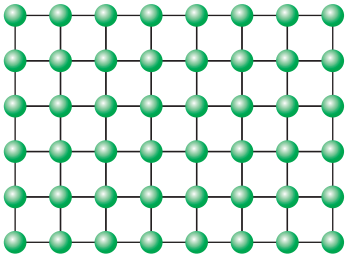


1 4 9 16



1 5 12 22

3. **¿Cuál sería el siguiente?**



48

4. **Si continuaras la serie hasta tener cincuenta de esos números, ¿cuál sería el último de esos cincuenta?**

El último de esos cincuenta estaría formado por un rectángulo de 52 de ancho y 50 de alto. Es decir, sería el 2 600.

5. **Ahora piensa en otra dirección: El número 24 tiene otras formas rectangulares. Búscalas todas.**

$1 \cdot 24 - 2 \cdot 12 - 3 \cdot 8 - 4 \cdot 6$

6. **Busca un número, entre 30 y 40, que se pueda presentar en varios rectángulos diferentes, y otro que solo se pueda presentar en un único rectángulo.**

Varios rectángulos, el 36. $\rightarrow$ $1 \cdot 36 - 2 \cdot 18 - 3 \cdot 12 - 4 \cdot 9 - 6 \cdot 6$

Un único rectángulo, el 31.

1 El conjunto de los números naturales

Página 11

1. **¿Verdadero o falso?**

a) Los números naturales solo se expresan con el S. N. D.

b) En el sistema binario, dos unidades de cualquier orden forman una unidad del orden superior.

c) Si eliges un número natural, por grande que sea, siempre hay otro número natural mayor.

d) En el S. N. D., veinte centenas de millar son dos unidades de millón.

e) Un bit es una unidad de información.

f) El sistema de numeración maya es, en parte, posicional.

a) Falso b) Verdadero c) Verdadero

d) Verdadero e) Verdadero f) Verdadero

2. **Copia y completa la tabla.**

44		**111**		**1 502**
	LXV		**CMX**	

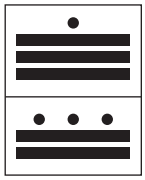
44	65	**111**	910	**1 502**
XLIV	**LXV**	CXI	**CMX**	MDII

3. **¿Qué número es?**

Escríbelo en numeración romana y en numeración maya.

Romana → CCCXXXIII

Maya →



4. **¿Qué número tiene la siguiente descomposición polinómica?**

$$2 \cdot 10^9 + 3 \cdot 10^7 + 8 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3$$

Es el número 2 030 843 000.

Página 12

5. **Pasa a forma incompleja.**

a) 3 h 20 min **b) 5 h 6 s**

c) 9 h 1 min 1 s **d) 2° 52'**

e) 4' 12" **f) 1° 11' 27"**

a) 3 h 20 min = 200 min = 12 000 s

b) 5 h 6 s = 18 006 s

c) 9 h 1 min 1 s = 32 461 s

d) 2° 52' = 172' = 10 320"

e) 4' 12" = 252"

f) 1° 11' 27" = 4 287"

6. **Traduce a horas y minutos:**

a) 86 min **b) 132 min** **c) 250 min**

a) 1 h 26 min

b) 2 h 12 min

c) 4 h 10 min

7. **Traduce a minutos y segundos:**

a) 74" **b) 135"** **c) 364"**

a) 1' 14"

b) 2' 15"

c) 6' 4"

8. **Expresa en forma compleja.**

a) 222 min **b) 422 s** **c) 666 s**

a) 3 h 42 min

b) 7 min 2 s

c) 11 min 6 s

9. **Investiga y responde.**

Los antiguos babilonios escribían los números usando solo dos cifras. Observa algunos:

14 **81** **633**

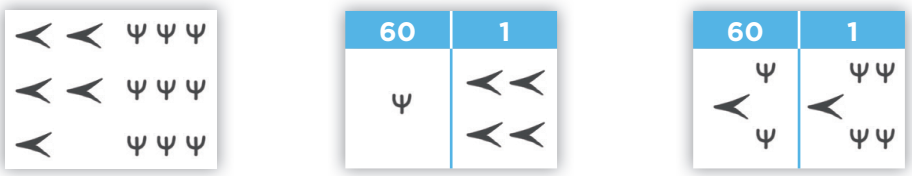
a) ¿Se trata de un sistema sexagesimal? ¿Por qué?

b) Escribe en el sistema babilonio los números:

59 **100** **734**

a) Sí es sexagesimal, pues cada 60 unidades forman una unidad del orden inmediatamente superior.

b)



59 100 734

2 Operaciones con números naturales

Página 13

1. **Resuelve en el orden en que aparecen.**

a) $2 \cdot 7 - 3 \cdot 3$

b) $2 \cdot (15 - 8) - 3 \cdot (21 - 18)$

c) $2 \cdot (3 \cdot 5 - 2 \cdot 4) - 3 \cdot (7 \cdot 3 - 2 \cdot 9)$

d) $2 \cdot (15 - 2 \cdot \sqrt{16}) - 3 \cdot (7 \cdot \sqrt{9} - 2 \cdot 3^2)$

a) $2 \cdot 7 - 3 \cdot 3 = 14 - 9 = 5$

b) $2 \cdot (15 - 8) - 3 \cdot (21 - 18) = 2 \cdot 7 - 3 \cdot 3 = 14 - 9 = 5$

c) $2 \cdot (3 \cdot 5 - 2 \cdot 4) - 3 \cdot (7 \cdot 3 - 2 \cdot 9) = 2 \cdot (15 - 8) - 3 \cdot (21 - 18) = 2 \cdot 7 - 3 \cdot 3 = 5$

d) $2 \cdot (15 - 2 \cdot \sqrt{16}) - 3 \cdot (7 \cdot \sqrt{9} - 2 \cdot 3^2) = 2 \cdot (15 - 2 \cdot 4) - 3 \cdot (7 \cdot 3 - 2 \cdot 9) = 2 \cdot 7 - 3 \cdot 3 = 5$

2. **Resuelve y observa la influencia de los paréntesis.**

a) $6 \cdot 7 - 3 \cdot 2 + 8$

b) $6 \cdot 7 - 3 \cdot (2 + 8)$

c) $6 \cdot (7 - 3) \cdot 2 + 8$

d) $6 \cdot (7 - 3 \cdot 2) + 8$

e) $6 \cdot (7 - 3) \cdot (2 + 8)$

f) $6 \cdot (7 - 3 \cdot 2 + 8)$

a) $6 \cdot 7 - 3 \cdot 2 + 8 = 42 - 6 + 8 = 44$

b) $6 \cdot 7 - 3 \cdot (2 + 8) = 42 - 3 \cdot 10 = 12$

c) $6 \cdot (7 - 3) \cdot 2 + 8 = 6 \cdot 4 \cdot 2 + 8 = 56$

d) $6 \cdot (7 - 3 \cdot 2) + 8 = 6 \cdot 1 + 8 = 14$

e) $6 \cdot (7 - 3) \cdot (2 + 8) = 6 \cdot 4 \cdot 10 = 240$

f) $6 \cdot (7 - 3 \cdot 2 + 8) = 6 \cdot (7 - 6 + 8) = 6 \cdot 9 = 54$

3. **Calcula.**

a) $(52 - 34) : 9 + 42 : (39 - 32)$

b) $10 \cdot (2^3 - 2) - 2 \cdot 5^2 - 6^2 : 12$

c) $\left(5 + \sqrt{5 \cdot 8 + 3^2}\right) : 2$

d) $(3 - \sqrt{17 - 13})^2 + \sqrt{7 + (11 - 8)^2}$

a) $(52 - 34) : 9 + 42 : (39 - 32) = 18 : 9 + 42 : 7 = 2 + 6 = 8$

b) $10 \cdot (2^3 - 2) - 2 \cdot 5^2 - 6^2 : 12 = 10 \cdot 6 - 50 - 3 = 7$

c) $\left(5 + \sqrt{5 \cdot 8 + 3^2}\right) : 2 = \left(5 + \sqrt{49}\right) : 2 = 12 : 2 = 6$

d) $\left(3 - \sqrt{17 - 13}\right)^2 + \sqrt{7 + (11 - 8)^2} = (3 - 2)^2 + \sqrt{7 + 9} = 1 + 4 = 5$

4. **En una prueba de 20 preguntas se califica con tres puntos cada respuesta acertada, se penaliza con dos puntos cada pregunta sin contestar y se resta un punto por cada respuesta errónea.**

Observa lo que han hecho Jorge y Marta:

– Jorge ha acertado 13 preguntas y ha fallado 4, dejando el resto sin contestar.

– Marta ha contestado 18 preguntas, de las cuales ha fallado 2.

a) ¿Cuál de estas expresiones nos da la puntuación de Jorge?

$13 \cdot 3 - 4 \cdot 1 - (20 - 13 + 4) \cdot 2$

$13 \cdot 3 - 4 \cdot 1 - [20 - (13 + 4)] \cdot 2$

b) Escribe una expresión que nos dé la puntuación de Marta.

c) ¿Cuántos puntos ha obtenido cada uno?

a) La segunda expresión da la puntuación de Jorge.

b) $(18 - 2) \cdot 3 - 2 \cdot 1 - (20 - 18) \cdot 2$

c) Jorge ha obtenido 29 puntos, y Marta, 42.

Página 14

5. **Escribe y calcula la expresión aritmética que corresponde a cada una de estas entradas, según se realicen en una calculadora básica o en una científica.**

a) 11 [+] 2 [×] 3 [=]

b) 48 [÷] 8 [+] 7 [×] 4 [=]

c) 21 [×] 7 [+] 9 [÷] 3 [=]

d) 78 [+] 36 [÷] 6 [−] 19 [=]

Con la calculadora básica:

a) 39 b) 52 c) 52 d) 0

Con la calculadora científica:

a) 17 b) 34 c) 150 d) 65

6. **Practica con tu calculadora científica y comprueba que obtienes las soluciones indicadas.**

a) 3 232 – 36 · 87 = 100

b) 27 · 14 – 1 368 : 38 = 342

c) (1 408 – 736) : 56 = 12

d) 754 – (186 + 397) = 171

e) 6 525 : 25 + (294 + 7 · 12) = 639

Efectivamente, se obtienen las soluciones indicadas.

3 La relación de divisibilidad

Página 17

1. **Calcula y contesta.**

a) ¿Es 173 múltiplo de 19? ¿Y 228?

b) ¿Es 516 múltiplo de 43? ¿Y 743?

a) 173 no es múltiplo de 19 pues $173 = 19 \cdot 9 + 2$, su división no es exacta.

228 sí es múltiplo de 19 pues $228 = 19 \cdot 12$.

b) 516 es múltiplo de 43 pues su división es exacta, $516 = 43 \cdot 12$. Sin embargo, 743 no lo es, pues $743 = 43 \cdot 17 + 12$, la división no es exacta.

2. **Escribe:**

a) Los cinco primeros múltiplos de 20.

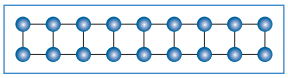
b) Todos los divisores de 20.

a) 20, 40, 60, 80, 100

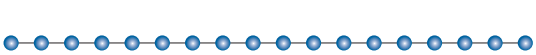
b) 1, 2, 4, 5, 10 y 20

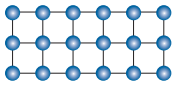
3. **Dibuja todas las formas de representar 18 como número rectangular.**

18 = 2 · 9



¿Qué relación tienen con los divisores de 18?





Las dimensiones de los rectángulos son los divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9 y 18.

4. **Escribe todos los divisores del número 70.**

Emparéjalos de forma que los productos de los distintos pares sean iguales.

Divisores de 70: 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35 y 70.

$1 \cdot 70 = 70$ $2 \cdot 35 = 70$ $5 \cdot 14 = 70$ $7 \cdot 10 = 70$

5. **Busca:**

a) Todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 100 y 150.

b) El primer múltiplo de 13 después de 1 000.

a) 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147

b) 1 001

6. **Copia estos números y sigue las instrucciones.**

14 - 21 - 24 - 36 - 40 - 57 - 75 - 96

111 - 180 - 241 - 255 - 308 - 354 - 420

a) Rodea los múltiplos de 2.

b) Tacha los múltiplos de 3.

c) ¿Cuáles son múltiplos de 6?

a) Se rodean los múltiplos de 2: 14, 24, 36, 40, 96, 180, 308, 354 y 420.

b) Se tachan los múltiplos de 3: 21, 24, 36, 57, 75, 96, 111, 180, 255, 354 y 420.

c) Los múltiplos de 6 son los que son múltiplos de 2 y de 3 a la vez: 24, 36, 96, 180, 354 y 420.

7. **¿Cuáles de los números del ejercicio anterior son múltiplos de 9? ¿Y de 10?**

Múltiplos de 9: 36 y 180.

Múltiplos de 10: 40, 180 y 420.

8. **Selecciona, entre estos números, los múltiplos de 11.**

286 611 913 1 804 2 444 3 333

Múltiplos de 11: 286, 913, 1 804 y 3 333.

4 Números primos y compuestos

Página 19

1. **Separa, entre los siguientes números, los primos de los compuestos.**

29	39	57	83	91
101	111	113	243	341

Primos: 29, 83, 101, 113

Compuestos: 39, 57, 91, 111, 243, 341

2. **Descompón en dos factores los siguientes números.**

93 95 153 168 325 533 663

93 = 31 · 3

95 = 19 · 5

153 = 51 · 3 = 17 · 9

168 = 84 · 2 o las posibles combinaciones de sus factores primos.

325 = 65 · 5 = 25 · 13

533 = 41 · 13

663 = 221 · 3 = 17 · 39 = 51 · 13

3. **Copia y completa los procesos de descomposición factorial.**

2 9 4 | 2	4 9 5 | □
□ □ □ | 3	1 6 5 | □
□ □ | 7	5 5 | □
□ | 7	1 1 | □ □
□ |	1 |

294 = □ · □ · □²

495 = □² · □ · □□

2 9 4 | 2	4 9 5 | 3
1 4 7 | 3	1 6 5 | 3
4 9 | 7	5 5 | 5
7 | 7	1 1 | 1 1
1 |	1 |

294 = 2 · 3 · 7²

495 = 3² · 5 · 11

4. **Descompón estos números en factores primos.**

a) 84 **b) 130** **c) 160** **d) 594**

e) 720 **f) 975** **g) 2 340** **h) 5 220**

a) 84 = 2² · 3 · 7

b) 130 = 2 · 5 · 13

c) 160 = 2⁵ · 5

d) 594 = 2 · 3³ · 11

e) 720 = 2⁴ · 3² · 5

f) 975 = 3 · 5² · 13

g) 2 340 = 2² · 3² · 5 · 13

h) 5 220 = 2² · 3² · 5 · 29

5. **Descompón en forma de producto el número 210 de ocho formas diferentes.**

$210 = 7 \cdot 30$ $210 = 2 \cdot 105$

$210 = 6 \cdot 35$ $210 = 14 \cdot 15$

$210 = 21 \cdot 10$ $210 = 3 \cdot 70$

$210 = 5 \cdot 42$ $210 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5$

6. **Escribe factorizados sin hacer ninguna operación:**

a) Tres múltiplos de $12 = 2^2 \cdot 3$.

b) Todos los divisores de $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$.

a) Por ejemplo: $2^2 \cdot 3 \cdot 2$; $2^2 \cdot 3 \cdot 3$; $2^2 \cdot 3 \cdot 5$

b) Por ejemplo: $3 \cdot 5 \cdot 5$; $5 \cdot 5$; $3 \cdot 5$; 5; 3

7. **Teniendo en cuenta que $m = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ y $n = 2^3 \cdot 3$, escribe:**

a) Tres múltiplos comunes de m y n.

b) Tres divisores comunes de m y n.

a) Por ejemplo: $2^3 \cdot 3 \cdot 5$; $2^4 \cdot 3 \cdot 5$; $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

b) Por ejemplo: 2; 3; $2^2 \cdot 3$

5 Mínimo común múltiplo de dos o más números

Página 20

1. **Calcula mentalmente.**

a) mín.c.m. (3, 5)

b) mín.c.m. (6, 8)

c) mín.c.m. (10, 15)

d) mín.c.m. (20, 30)

a) 15

b) 24

c) 30

d) 60

2. **Calcula.**

a) mín.c.m. (12, 18)

b) mín.c.m. (20, 21)

c) mín.c.m. (21, 35)

d) mín.c.m. (36, 40)

e) mín.c.m. (72, 90)

f) mín.c.m. (90, 120)

a) 36

b) 420

c) 105

d) 360

e) 360

f) 360

3. **Calcula.**

a) mín.c.m. (4, 6, 9)

b) mín.c.m. (6, 8, 9)

c) mín.c.m. (12, 18, 30)

d) mín.c.m. (24, 28, 42)

e) mín.c.m. (60, 72, 90)

f) mín.c.m. (50, 75, 100)

a) $2^2 \cdot 3^2 = 36$

b) $2^3 \cdot 3^2 = 72$

c) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

d) $2^3 \cdot 3 \cdot 7 = 168$

e) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

f) $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$

4. **Cierto supermercado hace inventario cada 36 días y recoloca los expositores cada 24 días. ¿Cada cuánto tiempo coinciden ambos trabajos en el mismo día?**

mín.c.m. (36, 24) = 72

Cada 72 días coinciden ambos trabajos.

6 Máximo común divisor de dos o más números

Página 21

1. **Calcula mentalmente.**

a) máx.c.d. (4, 6)

a) 2

b) máx.c.d. (6, 8)

b) 2

c) máx.c.d. (5, 10)

c) 5

d) máx.c.d. (15, 20)

d) 5

e) máx.c.d. (18, 27)

e) 9

f) máx.c.d. (50, 75)

f) 25

2. **Calcula.**

a) máx.c.d. (24, 36)

a) 12

b) máx.c.d. (28, 42)

b) 14

c) máx.c.d. (63, 99)

c) 9

d) máx.c.d. (90, 126)

d) 18

e) máx.c.d. (165, 275)

e) 55

f) máx.c.d. (360, 450)

f) 90

3. **Calcula.**

a) máx.c.d. (6, 9, 12)

a) 3

b) máx.c.d. (12, 18, 24)

b) $2 \cdot 3 = 6$

c) máx.c.d. (32, 40, 48)

c) $2^3 = 8$

d) máx.c.d. (36, 60, 72)

d) $2^2 \cdot 3 = 12$

e) máx.c.d. (50, 60, 90)

e) $2 \cdot 5 = 10$

f) máx.c.d. (75, 90, 105)

f) $3 \cdot 5 = 15$

4. **Un carpintero saca del almacén dos listones, uno de 180 cm y el otro de 210 cm, y los quiere dividir en trozos iguales, lo más grandes que sea posible, sin que le sobre nada. ¿Cuánto debe medir cada trozo?**

máx.c.d. (180, 210) = 30

Cada trozo debe medir 30 cm.

Ejercicios y problemas

Página 22

Sistemas de numeración

1. **Copia y completa.**

a) … centenas hacen 13 decenas de millar.

b) Mil millares hacen un …

c) … decenas de millar hacen 180 millones.

d) Un millón de millones hacen un …

a) 1 300 centenas b) millón c) 18 000 d) billón

2. **Observa un número escrito en dos sistemas de numeración diferente:**

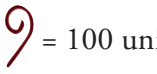
Sistema de numeración egipcio.

Sistema de numeración maya.

a) Explica el significado de los signos en cada caso.

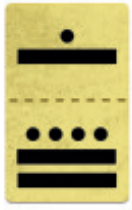
b) Escribe en ambos sistemas el número anterior y el siguiente.

a)

Egipcio:  = 100 unidades; = 10 unidades; = 1 unidad

El número es 100 + 30 + 4 = 134

Maya: • = 1 unidad; = 5 unidades

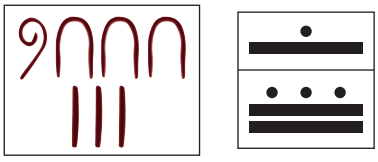


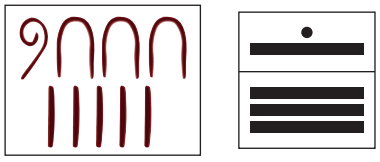
$20 \cdot (5 + 1)$

$5 \cdot 2 + 4$

El número es 120 + 14 = 134

b)

133 → 

135 → 

3. **En la siguiente serie puedes ver los diez primeros números naturales, escritos en el sistema binario:**

0 - 1 - 10 - 11 - 100 - 101 - 110 - 111 - 1000 - 1001

Escribe los diez siguientes.

1010 - 1011 - 1100 - 1101 - 1110 - 1111 - 10000 - 10001 - 10010 - 10011

4. **Traduce.**

a) El número 1011011 del sistema binario al decimal.

b) El número 200 del sistema decimal al binario.

a) 91

b) 11001000

5. **Copia, calcula y completa.**

a) 23 min 45 s → … s

b) 1 h 13 min 27 s → … s

c) 587 min → … h … min

d) 6 542 s → … h … min … s

a) 1 425 s

b) 4 407 s

c) 9 h 47 min

d) 1 h 49 min 2 s

Operaciones

6. **Calcula y escribe, paso a paso, el proceso para llegar a cada solución.**

a) $30 : 5 - 2^2 + 2 \cdot 7 - 5 = 11$

b) $(30 : 5 - 2)^2 + 2 \cdot (7 - 5) = 20$

c) $30 : (5 - 2^2 + 2 \cdot 7 - 5) = 3$

d) $30 : [(5 - 2^2 + 2) \cdot (7 - 5)] = 5$

e) $[(30 : 5 - 2)^2 + 2)] \cdot (7 - 5) = 36$

a) $30 : 5 - 2^2 + 2 \cdot 7 - 5 = 6 - 4 + 14 - 5 = 20 - 9 = 11$

b) $(30 : 5 - 2)^2 + 2 \cdot (7 - 5) = (6 - 2)^2 + 2 \cdot 2 = 4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$

c) $30 : (5 - 2^2 + 2 \cdot 7 - 5) = 30 : (5 - 4 + 14 - 5) = 30 : 10 = 3$

d) $30 : [(5 - 2^2 + 2) \cdot (7 - 5)] = 30 : [(5 - 4 + 2) \cdot 2] = 30 : 6 = 5$

e) $[(30 : 5 - 2)^2 + 2] \cdot (7 - 5) = [(6 - 2)^2 + 2] \cdot 2 = [16 + 2] \cdot 2 = 18 \cdot 2 = 36$

7. **Calcula paso a paso y comprueba que obtienes la solución que se indica.**

a) $19 - 11 - 7 + 13 + 6 - 12 = 8$

b) $18 - 5 \cdot 3 + 12 : 6 - 5 = 0$

c) $43 - 4 \cdot (6 + 3) + 28 : (10 - 3) = 11$

d) $[(13 + 7) : (6 - 1)] \cdot (5 + 1) = 24$

e) $12 - 48 : [40 - 3 \cdot (21 - 13)] = 9$

f) $(6^2 + 2^2) : [(12 - 8) \cdot (9 - 7)] = 5$

a) $19 - 11 - 7 + 13 + 6 - 12 = 38 - 30 = 8$

b) $18 - 5 \cdot 3 + 12 : 6 - 5 = 18 - 15 + 2 - 5 = 20 - 20 = 0$

c) $43 - 4 \cdot (6 + 3) + 28 : (10 - 3) = 43 - 4 \cdot 9 + 28 : 7 = 43 - 36 + 4 = 47 - 36 = 11$

d) $[(13 + 7) : (6 - 1)] \cdot (5 + 1) = [20 : 5] \cdot 6 = 4 \cdot 6 = 24$

e) $12 - 48 : [40 - 3 \cdot (21 - 13)] = 12 - 48 : [40 - 3 \cdot 8] = 12 - 48 : [40 - 24] = 12 - 48 : 16 = 12 - 3 = 9$

f) $(6^2 + 2^2) : [(12 - 8) \cdot (9 - 7)] = (36 + 4) : [4 \cdot 2] = 40 : 8 = 5$

8. **Resuelve con tu calculadora las expresiones del ejercicio anterior.**

Se resuelve con la calculadora.

9. **Calcula.**

a) $[(5 \cdot 6 - 6) : (6^2 - 24)] \cdot (3 + 2)^2$ **b)** $[(26 - 4^2) : \sqrt{30 - 5}] \cdot (8 - 5)$

c) $\left(11 - \sqrt{2^4 + 3^2}\right) \cdot [(7 \cdot 4 - 4) : 8]$ **d)** $(\sqrt{108 + 13} - 6)^2 - \sqrt{(6 + 7)^2 - 5^2}$

a) $[(5 \cdot 6 - 6) : (6^2 - 24)] \cdot (3 + 2)^2 = [24 : 12] \cdot 25 = 50$

b) $[(26 - 4^2) : \sqrt{30 - 5}] \cdot (8 - 5) = [10 : 5] \cdot 3 = 6$

c) $(11 - \sqrt{2^4 + 3^2}) \cdot [(7 \cdot 4 - 4) : 8] = (11 - 5) \cdot [24 : 8] = 6 \cdot 3 = 18$

d) $(\sqrt{108 + 13} - 6)^2 - \sqrt{(6 + 7)^2 - 5^2} = (11 - 6)^2 - 12 = 13$

Múltiplos y divisores

10. **Responde y justifica tu respuesta.**

a) ¿Es 132 múltiplo de 11? **b) ¿Es 11 divisor de 132?**

c) ¿Es 574 múltiplo de 14? **d) ¿Es 27 divisor de 1 542?**

a) Sí, $132 = 12 \cdot 11$

b) Sí, $132 : 11 = 12$

c) Sí, $574 = 41 \cdot 14$

d) No, $1\,542 = 57 \cdot 27 + 3 \rightarrow$ división con resto

11. **Calcula.**

a) Los cinco primeros múltiplos de 10. **b) Los cinco primeros múltiplos de 13.**

c) Los cinco primeros múltiplos de 31.

a) 10, 20, 30, 40 y 50

b) 13, 26, 39, 52 y 65

c) 31, 62, 93, 124 y 155

12. **Calcula.**

a) Todos los divisores de 15. **b) Todos los divisores de 23.**

c) Todos los divisores de 32.

a) 1, 3, 5 y 15

b) 1 y 23

c) 1, 2, 4, 8, 16 y 32

13. **Copia estos números y selecciona:**

66	**71**	**90**	**103**	**105**
156	**220**	**315**	**421**	**825**
1 000	**2 007**	**4 829**	**5 511**	**6 005**

a) Los múltiplos de 2. **b) Los múltiplos de 3.**

c) Los múltiplos de 5. **d) Los múltiplos de 11.**

a) 66, 90, 156, 220, 1 000

b) 66, 90, 105, 156, 315, 825, 2 007, 5 511

c) 90, 105, 220, 315, 825, 1 000, 6 005

d) 66, 220, 4 829, 5 511

Página 23

Números primos y compuestos

14. **Escribe.**

a) Los diez primeros números primos.

b) Los números primos comprendidos entre 50 y 60.

c) Los números primos comprendidos entre 80 y 100.

d) Los tres primeros primos mayores que 100.

a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 y 29

b) 53 y 59

c) 83, 89 y 97

d) 101, 103 y 107

15. **Descompón en factores primos.**

a) 48 **b) 54** **c) 90** **d) 105**

e) 120 **f) 135** **g) 180** **h) 200**

a) $48 = 2^4 \cdot 3$

b) $54 = 2 \cdot 3^3$

c) $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

d) $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

e) $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

f) $135 = 3^3 \cdot 5$

g) $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

h) $200 = 2^3 \cdot 5^2$

16. **Descompón en el máximo número de factores.**

a) 378 **b) 1 144** **c) 1 872**

a) $378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$

b) $1\,144 = 2^3 \cdot 11 \cdot 13$

c) $1\,872 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 13$

Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

17. **Calcula.**

a) Los diez primeros múltiplos de 10.

b) Los diez primeros múltiplos de 15.

c) Los primeros múltiplos de 10 y 15.

d) El mínimo común múltiplo de 10 y 15.

a) 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 y 100

b) 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135 y 150

c) 30, 60, 90, …

d) 30

18. **Calcula mentalmente.**

a) mín.c.m. (2, 3) **b) mín.c.m. (6, 9)** **c) mín.c.m. (4, 10)**

d) mín.c.m. (6, 10) **e) mín.c.m. (6, 12)** **f) mín.c.m. (12, 18)**

a) mín.c.m. (2, 3) = 6

b) mín.c.m. (6, 9) = 18

c) mín.c.m. (4, 10) = 20

d) mín.c.m. (6, 10) = 30

e) mín.c.m. (6, 12) = 12

f) mín.c.m. (12, 18) = 36

19. **Calcula.**

a) mín.c.m. (12, 15) **b) mín.c.m. (24, 60)** **c) mín.c.m. (48, 54)**

d) mín.c.m. (90, 150) **e) mín.c.m. (6, 10, 15)** **f) mín.c.m. (8, 12, 18)**

a) 60 b) 120 c) 432

d) 450 e) 30 f) 72

20. **Escribe.**

a) Todos los divisores de 18. **b) Todos los divisores de 24.**

c) Los divisores comunes de 18 y 24. **d) El máximo común divisor de 18 y 24.**

a) 1, 2, 3, 6, 9 y 18 b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

c) 1, 2, 3 y 6 d) máx.c.d. (18, 24) = 6

21. **Calcula mentalmente.**

a) máx.c.d. (4, 8) **b) máx.c.d. (6, 9)** **c) máx.c.d. (10, 15)**

d) máx.c.d. (12, 16) **e) máx.c.d. (16, 24)** **f) máx.c.d. (18, 24)**

a) 4 b) 3 c) 5

d) 4 e) 8 f) 6

22. **Calcula.**

a) máx.c.d. (36, 45) **b) máx.c.d. (48, 72)** **c) máx.c.d. (105, 120)**

d) máx.c.d. (135, 180) **e) máx.c.d. (8, 12, 16)** **f) máx.c.d. (45, 60, 105)**

a) 9 b) 24 c) 15

d) 45 e) 4 f) 15

Reflexiona, decide, aplica

23. **Marta ha comprado varios balones por 69 €. El precio de un balón era un número exacto de euros, sin decimales. ¿Cuántos balones ha comprado y cuánto costaba cada balón?**

Descomponemos 69 en factores primos, para ver cuántos balones compró y cuánto pagó por cada balón:

$$69 = 3 \cdot 23$$

Así, Marta pudo comprar 3 balones a 23 € cada balón, o pudo comprar 23 balones a 3 € cada uno.

24. **¿Verdadero o falso?**

En una división:

a) Si se multiplica el dividendo por 3, el cociente también se multiplica por 3.

b) Si se multiplica el divisor por 5, el cociente también se multiplica por 5.

c) Si se multiplican el dividendo y el divisor por 2, el cociente no varía y el resto tampoco.

d) Si se multiplican el dividendo y el divisor por 4, el cociente no varía, pero el resto también se multiplica por 4.

a) Verdadero.

b) Falso. Si se multiplica el divisor por 5, el cociente queda dividido por 5.

c) Falso. Si se multiplican el dividendo y el divisor por 2, el cociente no varía y el resto queda multiplicado por 2.

d) Verdadero.

25. **En un acuartelamiento hay 3 007 soldados.**

¿Se pueden colocar en formación con un número exacto de filas y columnas? Justifica la respuesta.

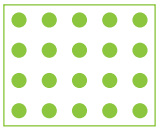
Solo se podrán colocar en formación si el número no es primo. Además, su descomposición marcará el número de filas y de columnas de la formación (excluimos una única fila de 3 007 soldados, por obvia).

Resulta que: $3\,007 = 31 \cdot 97$

Por tanto, esa será la formación deseada.

26. **Un grupo de 20 personas se pueden organizar en un número exacto de filas y columnas.**

Por ejemplo, cuatro filas y cinco columnas.



Sin embargo, no se puede hacer lo mismo con un grupo de 13 personas, que solo se pueden poner en una única fila.

Busca todos los números comprendidos entre 150 y 170 que solo se puedan organizar en una única fila.

El problema nos está pidiendo los números primos que hay entre 150 y 170.

Estos son: 151 - 157 - 163 - 167

Página 24

27. **En mi colegio hay dos clases de 2.º ESO: 2.º A, con 24 estudiantes, y 2.º B, con 30. Tenemos que hacer equipos con el mismo número de miembros, pero sin mezlcar de las dos clases. Describe todas las formas posibles de hacer los equipos.**

Si tenemos que formar equipos, tenemos que dividir el total entre distintos números, teniendo que ser la división exacta (no vamos a cortar a ningún estudiante, ¿verdad?).

Por tanto, hemos de estudiar los divisores.

Como nos hablan de dos clases, y de que los equipos tengan el mismo número de miembros, tendremos que estudiar los divisores comunes.

Divisores de 24: 1 - 2 - 3 - 4 - 6 - 12 - 24

Divisores de 30: 1 - 2 - 3 - 5 - 6 - 10 - 15 - 30

Por tanto, las condiciones del enunciado se cumplen para equipos de 1, 2, 3 o 6 miembros.

28. **Un almacenista debe colocar 2 480 botes en filas, columnas y capas, formando un bloque lo más compacto posible. ¿Cómo lo harías tú?**

Buscamos la forma de escribir 2 480 ($2\,480 = 2^4 \cdot 5 \cdot 31$) como producto de tres números lo más próximos que sea posible (intento aproximar la figura a un cubo). Las dimensiones del bloque, en botes, pueden ser $8 \times 10 \times 31$.

29. **Se dice que dos números son primos entre sí cuando su único divisor común es la unidad. Por ejemplo:**

$32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ $35 = 5 \cdot 7$	**Son primos entre sí.**

Escribe otras tres parejas de números que sean primos entre sí.

Por ejemplo, 8 y 35, 48 y 65, 48 y 49.

30. **Justifica las siguientes afirmaciones:**

a) Si a es múltiplo de b, y b es múltiplo de c, entonces a es múltiplo de c.

$a = k \cdot b$ $b = h \cdot c$	$a = ? \cdot c$

b) Si a es divisor de b, y b es divisor de c, entonces a es divisor de c.

$b = a \cdot m$ $c = b \cdot n$	$c = ? \cdot a$

a) $a = k \cdot b = k \cdot h \cdot c$; lo que equivale a decir que a es múltiplo de c.

b) $c = b \cdot n = a \cdot m \cdot n$; lo que equivale a decir que a es divisor de c.

31. **Si m es múltiplo de n, calcula:**

a) mín.c.m. (m, n) **b) máx.c.d. (m, n)**

Si m es múltiplo de n, será $m = k \cdot n$.

a) mín.c.m. (m, n) = mín.c.m. $(k \cdot n, n) = k \cdot n = m$

b) máx.c.d. (m, n) = máx.c.d. $(k \cdot n, n) = n$

Página 25

Resuelve problemas

32. **Una compañía de danza de 156 bailarines hace una coreografía formando filas y columnas. Si en una fila hay 20 bailarines más que en una columna, ¿cuántas filas y cuántas columnas son?**

DIVISORES DE 156	1	2	3	4	6	12
	156	78	52	39	26	13

Buscando los divisores de 156, vemos que los únicos que difieren en 20 unidades son 6 y 26, por lo que habrá 6 filas y 26 columnas.

33. **El responsable de una agencia de viajes, que debe trasladar del aeropuerto al hotel a un grupo de 40 turistas, recibe un mail informando de que el autobús previsto para ese servicio tiene avería.**

Entonces se le ofrecen dos opciones: hacer el traslado en taxis o hacerlo en furgonetas. Con esta segunda opción necesitaría cinco vehículos menos porque en cada furgoneta entrarían cuatro turistas más. ¿De cuántas plazas dispone cada taxi y de cuántas cada furgoneta?

DIVISORES DE 40	1	2	4	5
	40	20	10	8

Buscando los divisores de 40, vemos que los únicos que difieren en 5 unidades son 5 y 10, por lo que las opciones son:

– 5 furgonetas, transportando cada una a $40 : 5 = 8$ turistas.

– 10 taxis, transportando cada uno a $40 : 10 = 4$ turistas.

Vemos que, efectivamente, en cada furgoneta entran 4 turistas más.

34. **En el grupo de chicos y chicas inscritos en un curso de baloncesto:**

– Si hacen equipos de 5, sobran 4 (o falta 1).

– Si hacen equipos de 6, no sobra ninguno.

¿Cuántos son, sabiendo que para trasladarlos se utilizan dos autobuses de 45 plazas casi llenos?

Buscamos un múltiplo de 6 próximo a $2 \cdot 45 = 90$ y que, a la vez, sea un múltiplo de 5 menos una unidad. El número 84, que es el anterior a 90, cumple las condiciones. Es, por tanto, la solución.

35. **En un encuentro cultural entre dos clubes, A y B, se organizan equipos iguales, sin mezclar elementos de uno y otro. El club A presenta 40 socios, y el B, 60 socios. ¿Cuántos elementos tendrá, como máximo, cada equipo?**

máx.c.d. (40, 60) = 20

Cada equipo tendrá, como máximo, 20 elementos.

36. **Se apilan, en una torre, cubos de 30 cm de arista y, al lado, en otra torre, cubos de 36 cm de arista. ¿A qué altura coinciden las cimas de ambas torres?**

mín.c.m. (30, 36) = 180

Las cimas de las torres coincidirán a una altura de 180 cm.

37. **Un rollo de cable mide más de 150 m y menos de 200 m. ¿Cuál es su longitud exacta, sabiendo que se puede dividir en trozos de 15 m y también en trozos de 18 m sin desperdiciar nada?**

mín.c.m. (15, 18) = 90 → El primero múltiplo de 90 comprendido entre 150 y 200 es 180.

La longitud del rollo es de 180 m.

38. **De cierta parada de autobús parten dos líneas, A y B, que inician su actividad a las 7 h de la mañana. La línea A presta un servicio cada 24 minutos, y la línea B, cada 36 minutos. ¿A qué hora vuelven a coincidir en la parada los autobuses de ambas líneas?**

mín.c.m. (24, 36) = 72

72 min = 1 h + 12 min → 7 h + (1 h + 12 min) = 8 h + 12 min

Vuelven a coincidir a las 8 h 12 min.

39. **Una liebre corre dando saltos de 2,5 metros, perseguida por un galgo que da saltos de 3 metros.**

¿Cada cuántos metros caen las huellas del galgo sobre las de la liebre?

Las huellas coinciden en los múltiplos comunes. Tenemos que buscar el mínimo de ellos, que nos dará la mayor cantidad de coincidencias.

mín.c.m. (25, 30) = 150

Así, las huellas coinciden cada 150 cm, o 15 m, de carrera.

40. **Para pavimentar el suelo de una nave de 12,3 m de largo por 9 m de ancho, se han empleado baldosas cuadradas, que han venido justas, sin necesidad de cortar ninguna. ¿Qué medida tendrá el lado de cada baldosa, sabiendo que se han empleado las mayores que era posible?**

12,3 m = 123 dm; 9 m = 90 dm

máx.c.d. (90, 123) = 3; 3 dm = 30 cm = 0,3 m

Cada baldosa tendrá 30 cm de lado.

41. **Julia ha formado el cuadrado más pequeño posible uniendo piezas rectangulares de cartulina, de 12 cm por 18 cm. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado? ¿Cuántas piezas ha empleado?**

mín.c.m. (12, 18) = 36

(36 cm) : (12 cm) = 3 → Caben 3 anchos del rectángulo en el lado del cuadrado.

(36 cm) : (18 cm) = 2 → Caben 2 largos del rectángulo en el lado del cuadrado.

3 · 2 = 6 piezas.

El lado del cuadrado mide 36 cm y se han empleado 6 piezas.

42. **En un horno se han fabricado 2 400 magdalenas y 2 640 mantecados, que se desean comercializar en bolsas con el mismo número de unidades y sin mezclar ambos productos. ¿Cuántas magdalenas o cuántos mantecados se pueden poner en cada bolsa, teniendo en cuenta que el número debe ser superior a 15 e inferior a 30?**

$2\,400 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$

$2\,640 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$

Los divisores comunes de 2 400 y 2 640 que son mayores que 15 y menores que 30 son:

$2^4 = 16$ $\quad 2^3 \cdot 3 = 24$ $\quad 2^2 \cdot 5 = 20$

Se pueden poner 16, 20 o 24 unidades en cada bolsa.

43. **Se desea envasar 125 botes de conserva de tomate y 175 botes de conserva de pimiento en cajas del mismo número de botes, y sin mezclar ambos productos en la misma caja.**

a) ¿Cuál es el mínimo número de cajas necesarias?

b) ¿Cuántos botes irán en cada caja?

Los divisores comunes de 125 y 175 son 5 y 25. Podemos envasar en cajas de 5 o de 25 botes. Para utilizar un mínimo número de cajas envasaremos en cajas de 25 botes.

$125 : 25 = 5 \rightarrow$ 5 cajas de tomates.

$175 : 25 = 7 \rightarrow$ 7 cajas de pimientos.

$5 + 7 = 12$ cajas en total.

a) Se necesitan 12 cajas como mínimo.

b) Habrá 25 botes en cada caja.

Problemas "+"

44. **En el obrador de bollería han horneado magdalenas. Las empaquetan en bolsas de media docena y sobran dos.**

Si las hubieran empaquetado en bolsas de 5, habrían sobrado tres, y si las bolsas hubieran sido de 8, habrían quedado justas.

Sabiendo que han llenado poco más de 40 bolsas, ¿cuántas magdalenas han salido del horno?

El número de magdalenas tiene que ser un múltiplo de 8 un poco mayor que $40 \cdot 8 = 320$.

Probando con los siguientes números hasta encontrar el que dé 3 de resto al dividirlo entre 5, y 2 de resto al dividirlo entre 6, se encuentra el número buscado, el 368.

45. **Un agricultor acude a la almazara para retirar el aceite obtenido de su cosecha de olivas. Se la envasan en garrafas de 20 litros, quedando la última incompleta, con solo 13 litros. Si la hubieran envasado en garrafas de 50 litros, le habrían faltado 27 para llenar la última. ¿Cuál ha sido su cosecha de aceite si casi llega a los 500 litros?**

El número de litros de su cosecha es menor que 500.

El múltiplo de 50 más próximo a 500 y menor que él es 450, y si le sumamos 23 litros de una última garrafa de 50 litros (le faltarían 27 para llenarse, como dice el enunciado), tendríamos 473 litros = 460 + 13, lo que harían 23 garrafas de 20 litros y 13 litros más, como dice el enunciado.

Por tanto, el resultado es que la cosecha ha sido de 473 litros.

Taller de matemáticas

Página 26

Otras formas de contemplar los números

Números perfectos

- **Entre 25 y 30 hay otro número perfecto. ¿Serás capaz de encontrarlo?**

Es el número 28, cuyos divisores propios son 1, 2, 4, 7 y 14.

Efectivamente, $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.

Números amigos

- **El número 220 tiene un amigo. ¿Serías capaz de encontrarlo?**

El número 284 es amigo de 220.

Divisores propios de 220: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 y 110.

Divisores propios de 284: 1, 2, 4, 71 y 142.

La suma de los divisores propios de 220 es 284 y la suma de los divisores propios de 284 es 220.

Página 27

Entrénate resolviendo problemas

Piensa y resuelve

• **Observa y resuelve.**

	2A	B	↔	200	2A	B	↔	200	A	2B	↔ 175
	A	2B	↔	175	A	B	↔	125	A	B	↔ 125
Sumando,	3A	3B	↔	375	A		↔	75		B	↔ 50
Simplificando,	A	B	↔	125	(Hemos restado.)				(Hemos restado.)		

• **Tres peregrinos se encuentran en un cruce de caminos y se sientan a comer. Uno aporta 5 tortas; otro, 4 tortas, y el tercero, que no tiene tortas, paga a sus compañeros con 9 monedas. ¿Cómo deben distribuirse las monedas?**

Se comen 9 tortas entre los tres, es decir, 3 tortas cada uno.

El peregrino que no aporta comida paga 9 monedas por las 3 tortas que se comió. Es decir, 3 monedas por cada torta.

Quien puso 4 tortas se comió 3 y cedió una, por lo que debe cobrar 3 monedas.

Quien puso 5 tortas se comió 3 y cedió dos, por lo que debe cobrar 6 monedas.

Autoevaluación

1. **Traduce.**

a) El número 25 del sistema decimal al binario.

b) El número 101101 del sistema binario al decimal.

a) 11001

b) 45

2. **Calcula.**

a) $37 - 6 \cdot 5 - 5 + 56 : 7$

b) $(64 - 42) : 11 + 63 : (35 - 26)$

c) $11 \cdot (2^3 - 1) - 2 \cdot 6^2 - 6^2 : 18$

d) $\left(12 + \sqrt{6^2 - 4 \cdot 5}\right) : 2$

a) $37 - 30 - 5 + 8 = 10$

b) $22 : 11 + 63 : 9 = 9$

c) $11 \cdot 7 - 72 - 2 = 77 - 72 - 2 = 3$

d) $(12 + 4) : 2 = 8$

3. **Responde y justifica:**

a) ¿Es 31 divisor de 744?

b) ¿Es 999 múltiplo de 99?

a) Sí, porque $744 : 31 = 24$.

b) No, porque $999 : 99$ no es exacta.

4. **Escribe.**

a) Los cuatro primeros múltiplos de 12.

b) Todos los divisores de 60.

a) 12, 24, 36 y 48

b) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60

5. **¿Es el 60 un número rectangular? ¿De cuántas formas rectangulares diferentes se puede expresar?**

Sí, es un número rectangular. Se puede expresar de las siguientes maneras:

$$60 \times 1 \;-\; 30 \times 2 \;-\; 20 \times 3 \;-\; 15 \times 4 \;-\; 12 \times 5 \;-\; 10 \times 6$$

6. **Busca el primer múltiplo de 17 después de 1 000.**

El resto que resulta al dividir 1 000 entre 17 es 14. Por tanto, si añadimos 3 unidades al 1 000, el número que resulte, 1 003, será múltiplo de 17.

7. **Escribe los números primos comprendidos entre 20 y 40.**

23, 29, 31 y 37

8. **Razona si el número 143 es primo o compuesto.**

143 es compuesto, ya que $143 = 11 \cdot 13$.

9. **Indica cuáles de estos números son múltiplos de 2, cuáles de 3, cuáles de 5 y cuáles de 10:**

897 - 765 - 990 - 2 713 - 6 077 - 6 324 - 7 005

Múltiplos de 2: 990 - 6 324

Múltiplos de 3: 897 - 765 - 990 - 6 324 - 7 005

Múltiplos de 5: 765 - 990 - 7 005

Múltiplos de 10: 990

10. **Descompón en factores primos los números 150 y 225.**

$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ $225 = 3^2 \cdot 5^2$

11. **Calcula.**

a) máx.c.d. (150, 225) **b) mín.c.m. (150, 225)**

$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

$225 = 3^2 \cdot 5^2$

a) máx.c.d. (150, 225) $= 3 \cdot 5^2 = 75$ b) mín.c.m. (150, 225) $= 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$

12. **Calcula mentalmente máx.c.d. (15, 20, 25) y mín.c.m. (15, 20, 25).**

$15 = 3 \cdot 5$

$20 = 2^2 \cdot 5$

$25 = 5^2$

máx.c.d. (15, 20, 25) = 5

mín.c.m. (15, 20, 25) $= 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3 = 300$

13. **Se desea poner rodapié de madera en dos de las paredes de una habitación rectangular de 420 cm × 540 cm. Para no tener que cortar, se van a encargar en la carpintería tramos de listón, todos iguales y lo más largos que sea posible, que encajen en número exacto en ambas paredes. ¿Cuánto debe medir cada uno de los trozos a encargar en la carpintería?**

$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

máx.c.d. (420, 540) $= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Cada trozo debe medir 60 cm.

14. **En una fábrica se oye el escape de una válvula de gas cada 45 segundos y el golpe de un martillo pilón cada 60 segundos. Si se acaban de oír ambos sonidos simultáneamente, ¿cuánto tardarán en coincidir de nuevo?**

$45 = 3^2 \cdot 5$

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

mín.c.m. (45, 60) $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

Tardarán 180 segundos = 3 minutos en coincidir de nuevo.