## Página 115

## Álgebra retórica y álgebra simbólica

**1. Copia y completa en tu cuaderno la expresión retórica o simbólica según corresponda.**

| **Mi salario mensual.** | $x$ |
|---|---|
| **El salario que tendré cuando sea especialista. Entonces cobraré trescientos euros más.** | … |
| **El salario de un compañero con jornada reducida, que es las tres quintas partes del mío.** | … |
| **El salario de un aprendiz, que es …** | $x - 400$ |
| **…** | $2x - 100$ |

| Mi salario mensual. | $x$ |
|---|---|
| El salario que tendré cuando sea especialista. Entonces cobraré trescientos euros más. | $x + 300$ |
| El salario de un compañero con jornada reducida, que es las tres quintas partes del mío. | $\frac{3}{5}$ de $x = \frac{3x}{5}$ |
| El salario de un aprendiz, que es 400 euros menor que el mío. | $x - 400$ |
| El salario de un jefe, que es 100 euros menos que el doble de mi salario. | $2x - 100$ |

**2. Un trabajador cobra un sueldo base, $B$, más 16 euros por cada hora extra. A todo ello se le descuenta un 18 % de IRPF. El resultado es el sueldo neto, $S$. Si $n$ es el número de horas extras que ha hecho en un mes, ¿cuál, o cuáles, de estas expresiones sirven para calcular el sueldo neto?**

$$S = B + 16n - 18 \qquad S = (B + 16n) \cdot 0{,}82 \qquad S = \frac{18 \cdot (B + 16n)}{100}$$

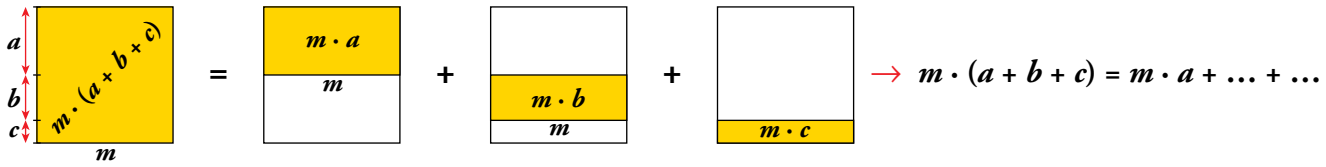
La expresión para calcular el sueldo neto es: $S = (B + 16n) \cdot 0{,}82$

El sueldo bruto es $B + 16n$.

Al multiplicar por 0,82 se calcula el 82 %, que equivale a reducir un 18 %.

## Álgebra y geometría

**3.** **Traduce a una igualdad algebraica la igualdad de las áreas señaladas:**




**¿Qué propiedad, en la que intervienen la suma y la multiplicación, se ha justificado?**

$m \cdot (a + b + c) = m \cdot a + m \cdot b + m \cdot c$

La propiedad que se ha justificado en este ejercicio es la distributiva.

**4.** **Observa las figuras e identifica las propiedades que en ellas se justifican.**

**FIGURA A**

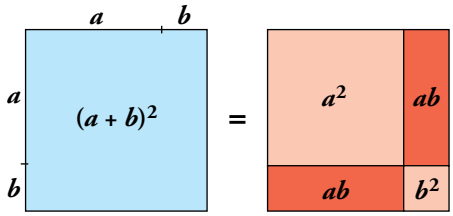
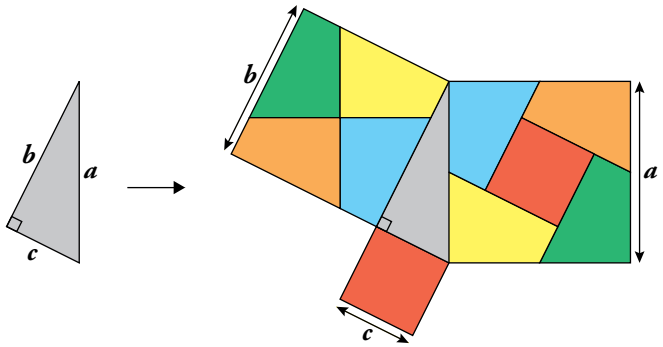



**FIGURA B**




| PROPIEDAD | EXPRESIÓN ALGEBRAICA |
|---|---|
| **El cuadrado de una suma de dos sumandos es igual al cuadrado del primero más el doble del primero por el segundo, más …** | $(a + b)^2 = \ldots + \ldots + \ldots$ |
| **En un triángulo rectángulo, la superficie de los cuadrados construidos sobre los catetos equivale a …** | $b^2 + c^2 = \ldots$ |

El cuadrado de una suma de dos sumandos es igual al cuadrado del primero más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

En un triángulo rectángulo, la superficie de los cuadrados construidos sobre los catetos equivale a la superficie del cuadrado construido sobre la hipotenusa.

$$b^2 + c^2 = a^2$$

# 1 El álgebra: ¿para qué sirve?

## Página 117

**1.** **¿Cuál de estas identidades corresponde al enunciado de la propiedad asociativa de la multiplicación?**

**Si al multiplicar tres o más números se agrupan de diferentes formas, el resultado no varía.**

$a \cdot b \cdot c = c \cdot a \cdot b$

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

$a \cdot (c + 1) = a \cdot c + a$

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

**2.** **Copia y completa las casillas vacías.**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | … | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 10 | | … | $3n - 2$ |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | … | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | … | $3n - 2$ |

**3.** **Escribe los cinco primeros elementos de la serie cuyo término general es** $a_n = \frac{3n+1}{2}$.

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{3n+1}{2}$ | 2 | $\frac{7}{2}$ | 5 | $\frac{13}{2}$ | 8 |

**4.** **Escribe el término general de estas series:**

**a)** $1 - 4 - 9 - 16 - 25 - \ldots \rightarrow a_n = ?$

a) $a_n = n^2$

**b)** $0 - 3 - 8 - 15 - 24 - \ldots \rightarrow b_n = ?$

b) $b_n = n^2 - 1$

**5.** **El sueldo mensual bruto ($S_b$), el 21 % de IRPF y el sueldo neto ($S_n$) de los empleados de una empresa se calculan con las siguientes fórmulas:**

$S_b = 900 + 3a + 10b$

$\text{IRPF} = 0{,}21 \cdot S_b$

$S_n = 0{,}79 \cdot S_b$

**$a$ = Antigüedad (años)**

**$b$ = Horas extras**

**a) ¿Cuánto cobrará este mes un empleado con 8 años de antigüedad y que tiene acumuladas 21 horas extras?**

**b) ¿Cuánto le retendrán por el IRPF?**

$S_B = 900 + 3 \cdot 8 + 10 \cdot 21 = 1\,134$ €

$\text{IRPF} = 0{,}21 \cdot 1\,134 = 238{,}14$ €

$S_N = 0{,}79 \cdot 1\,134 = 895{,}86$ €

a) El empleado cobrará 895,86 €.

b) Le retendrán 238,14 €.

**6.** **La suma de los $n$ primeros números naturales es:**

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{n^2 + n}{2}$$

**Calcula la suma 1 + 2 + 3 + … + 50.**

$1 + 2 + 3 + \ldots + 50 = \dfrac{50^2 + 50}{2} = 1\,275$

**7.** **Un comerciante se propone adquirir, para su posterior venta, una partida de 100 camisetas. Y para planificar sus cuentas, maneja las siguientes variables:**

**$C \rightarrow$ Precio de compra (por el total)**

**$v \rightarrow$ Precio de venta (por unidad)**

**$G \rightarrow$ Gastos**

**$B \rightarrow$ Beneficios**

**Escribe una igualdad que relacione estas cuatro variables.**

$B - G = 100 \cdot v - C$

**8.** **Traduce en tu cuaderno a lenguaje algebraico las edades de los miembros de esta familia:**

| | EDAD |
|---|---|
| **Sara**<br>**Tiene $x$ años.** | $x$ |
| **Rosa (hermana mayor)**<br>**Le saca 2 años a Sara.** | |
| **Ana (madre)**<br>**Tenía 25 años cuando Sara nació.** | |
| **Joaquín (padre)**<br>**Triplica la edad de Rosa.** | |

| | EDAD |
|---|---|
| Sara<br>Tiene $x$ años. | $x$ |
| Rosa (hermana mayor)<br>Le saca 2 años a Sara. | $x + 2$ |
| Ana (madre)<br>Tenía 25 años cuando Sara nació. | $x + 25$ |
| Joaquín (padre)<br>Triplica la edad de Rosa. | $3(x + 2)$ |

**9.** **Teniendo en cuenta a la familia del ejercicio anterior, escribe una igualdad en la que se refleje este nuevo dato: *El padre de Sara tiene 5 años más que la madre*. Calcula por tanteo la edad de Sara.**

$3(x + 2) = x + 25 + 5 = x + 30$

La edad de Sara es 12 años.

# 2 Expresiones algebraicas

## Página 119

**1.** **Copia en tu cuaderno y completa.**

| MONOMIO | $8a$ | $-3x$ | $a^2b$ | $\frac{2}{3}xy^4$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| COEFICIENTE | | | 1 | | $\frac{1}{4}$ |
| PARTE LITERAL | | | | | $ab$ |
| GRADO | | | | | |

| MONOMIO | $8a$ | $-3x$ | $a^2b$ | $\frac{2}{3}xy^4$ | $\frac{1}{4}ab$ |
|---|---|---|---|---|---|
| COEFICIENTE | 8 | $-3$ | 1 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{4}$ |
| PARTE LITERAL | $a$ | $x$ | $a^2b$ | $xy^4$ | $ab$ |
| GRADO | 1 | 1 | 3 | 5 | 2 |

**2.** **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

**3.** **Suma los siguientes monomios:**

**a)** $x + x + x$ **b)** $n + n + n + n$ **c)** $x^2 + x^2$

**d)** $a^3 + a^3 + a^3 + a^3$ **e)** $4a + 2a$ **f)** $4m + 4m$

**g)** $3x^2 + 6x^2$ **h)** $5a^2 + a^2 + 2a^2$ **i)** $m^3 + 2m^3 + 4m^3$

**j)** $3x^4 + 6x^4 + 2x^4$

a) $3x$ b) $4n$ c) $2x^2$ d) $4a^3$ e) $6a$

f) $8m$ g) $9x^2$ h) $8a^2$ i) $7m^3$ j) $11x^4$

**4.** **Reduce.**

**a)** $x + \frac{1}{2}x$ **b)** $a + \frac{3}{4}a$ **c)** $\frac{3}{7}m + \frac{2}{7}m$

**d)** $\frac{1}{4}n + \frac{2}{3}n$ **e)** $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x^2$ **f)** $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{6}a^2$

a) $\frac{3}{2}x$ b) $\frac{7}{4}a$ c) $\frac{5}{7}m$

d) $\frac{11}{12}n$ e) $\frac{2}{6}x^2 = \frac{1}{3}x^2$ f) $\frac{6}{6}a^2 = a^2$

**5.** **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

**6.** **Resta estos monomios:**

**a)** $8x - 3x$ **b)** $8a - 7a$ **c)** $11x^2 - 6x^2$ **d)** $5a^2 - 9a^2$

**e)** $m^3 - 5m^3$ **f)** $4n^4 - n^4$ **g)** $\frac{5}{6}x - \frac{1}{6}x$ **h)** $\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{2}a^2$

a) $5x$ b) $a$ c) $5x^2$ d) $-4a^2$

e) $-4m^3$ f) $3n^4$ g) $\frac{4}{6}x = \frac{2}{3}x$ h) $\frac{1}{4}a^2$

**7.** **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

**8.** **Reduce todo lo posible.**

**a)** $3x + x + 2 + 6$ **b)** $4a + 2a - 7 + 5$ **c)** $3a + 3 - 2a + 1$ **d)** $5 - 3x + 4x - 4$

**e)** $5x + 2 - 3x + x$ **f)** $2a - 3 - 2 + 3a$ **g)** $7 - 4a - 7 + 5a$ **h)** $4x - 3 - 4x + 2$

a) $4x + 8$ b) $6a - 2$ c) $a + 4$ d) $x + 1$

e) $3x + 2$ f) $5a - 5$ g) $a$ h) $-1$

**9.** **Reduce.**

**a)** $x^2 + 4 + x^2 + 1$ **b)** $5x^2 - 3 - 4x^2 + 1$ **c)** $x^2 - 6x + 2x + x^2$

**d)** $3x + 4x^2 - x^2 + x$ **e)** $x^2 + 4x + 1 + 2x + 3$ **f)** $5x^2 + 3x - 4x^2 - 2x + 1$

**g)** $3x^2 + \frac{4}{5} + 2x - \frac{1}{5}$ **h)** $10 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}x^2 - x$

a) $2x^2 + 5$ b) $x^2 - 2$ c) $2x^2 - 4x$

d) $3x^2 + 4x$ e) $x^2 + 6x + 4$ f) $x^2 + x + 1$

g) $3x^2 + 2x + \frac{3}{5}$ h) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 10$

**10.** **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

**11.** **Quita paréntesis y reduce.**

**a)** $3x + (2x - 1)$ **b)** $7x - (5x - 4)$ **c)** $6x - (4x + 2)$

**d)** $3x - (x + 5)$ **e)** $(x - 5) + (x - 3)$ **f)** $(4x + 2) - (3x + 2)$

a) $5x - 1$ b) $2x + 4$ c) $2x - 2$

d) $2x - 5$ e) $2x - 8$ f) $x$

**12.** **Quita paréntesis y reduce.**

**a)** $(3x^2 - 5x + 2) + (x^2 - 2x + 1)$ **b)** $(5x^2 - 2x - 3) - (4x^2 + 3x - 1)$

**c)** $(x - 3) + (x^2 + 2x + 1)$ **d)** $(6x^2 - x) - (3x^2 - 5x + 6)$

a) $4x^2 - 7x + 3$ b) $x^2 - 5x - 2$

c) $x^2 + 3x - 2$ d) $3x^2 + 4x - 6$

**13.** **Calcula.**

**a) El valor numérico de $5x^2$ para $x = 1$.**

**b) El valor numérico de $-4x^2$ para $x = -3$.**

**c) El valor numérico de $-2xy$ para $x = 3$ e $y = -5$.**

a) $5x^2$ para $x = 1 \rightarrow 5 \cdot 1^2 = 5$

b) $-4x^2$ para $x = -3 \rightarrow -4 \cdot (-3)^2 = -4 \cdot 9 = -36$

c) $-2xy$ para $x = 3$, $y = -5 \rightarrow -2 \cdot 3 \cdot (-5) = 30$

## Página 120

**14.** **Haz las multiplicaciones siguientes:**

**a)** $(3x) \cdot (5x)$ **b)** $(-a) \cdot (4a)$ **c)** $(4a) \cdot (-5a^2)$

**d)** $\left(\frac{x^2}{2}\right) \cdot (6x)$ **e)** $\left(\frac{x^2}{3}\right) \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)$ **f)** $(5a) \cdot \left(-\frac{1}{5}a^2\right)$

a) $15x^2$ b) $-4a^2$ c) $-20a^3$

d) $3x^3$ e) $\frac{1}{6}x^4$ f) $-a^3$

**15.** **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

**16.** **Multiplica estos monomios:**

**a)** $(3x) \cdot (5xy)$ **b)** $(-2ab) \cdot (4b)$

**c)** $(4x^3y) \cdot (xy)$ **d)** $\left(-\frac{2}{3}ab\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}ab\right)$

a) $15x^2y$ b) $-8ab^2$

c) $4x^4y^2$ d) $a^2b^2$

**17.** **Simplifica como en los ejemplos.**

- $\frac{20x^3}{4x^2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot x^2 \cdot x}{4 \cdot x^2} = \frac{5x}{1} = 5x$
- $\frac{3a}{15a^2} = \frac{3 \cdot a}{3 \cdot 5 \cdot a \cdot a} = \frac{1}{5a}$

**a)** $\frac{4x}{2}$ **b)** $\frac{3}{3a}$ **c)** $\frac{5x}{10x}$

**d)** $\frac{12a^2}{4a}$ **e)** $\frac{15x}{3x^2}$ **f)** $\frac{8a^2}{8a^3}$

a) $2x$ b) $\frac{1}{a}$ c) $\frac{1}{2}$

d) $3a$ e) $\frac{5}{x}$ f) $\frac{1}{a}$

**18.** **Divide.**

**a)** $(10x) : (2x)$ **b)** $(5a^2) : (15a^2)$ **c)** $(14a^2) : (-7a)$ **d)** $(6x^3) : (9x^2)$

**e)** $(10x^2) : (5x^3)$ **f)** $(-5a) : (-5a^3)$ **g)** $(-16a^4) : (8a^6)$ **h)** $(27x^3) : (-9x)$

a) 5 b) $\frac{1}{3}$ c) $-2a$ d) $\frac{2}{3}x$

e) $\frac{2}{x}$ f) $\frac{1}{a^2}$ g) $\frac{-2}{a^2}$ h) $-3x^2$

# 3 Polinomios

## Página 121

**1.** **Indica el grado de cada polinomio.**

**a)** $x^2 - 3x + 7$ **b)** $x^4 - 2$ **c)** $5x^3 - 3x^2$

**d)** $9x^6 + 2x$ **e)** $x^5 - 2x^2$ **f)** $6x^4 - 3x^4$

a) Grado 2. b) Grado 4. c) Grado 3.

d) Grado 6. e) Grado 5. f) Grado 4.

**2.** **Calcula el valor numérico de** $x^3 - 5x^2 - 11$.

**a) Para** $x = 1$. **b) Para** $x = -1$.

a) $1^3 - 5 \cdot 1^2 - 11 = 1 - 5 - 11 = -15$

b) $(-1)^3 - 5 \cdot (-1)^2 - 11 = -1 - 5 - 11 = -17$

**3.** **Calcula el valor numérico de** $3ab^2 - 5a + 3b$ **para** $a = 2$ **y** $b = -1$.

$3ab^2 - 5a + 3b = 3 \cdot 2 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) = 6 - 10 - 3 = -7$

**4.** **Calcula, por tanteo, los valores de** $x$ **que anulan cada polinomio.**

**a)** $x^2 - 2x + 1$ **b)** $x^3 - 8$ **c)** $x^4 - x^3$

a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = 1$ y $x = 0$

## Página 122

**5.** **Copia y completa.**

**a)** $x^2 + 5x - 7$
$+ x^2 - 8x + 5$
$\square - \square - \square$

**b)** $3x^3 - 6x^2 + 8x + 2$
$+ 2x^3 + 2x^2 - 6x - 9$
$\square - \square + \square - \square$

**c)** $-x^2 + 3x - 9$
$+ \square - \square + \square$
$3x^2 + 2x - 5$

**d)** $x^3 - 4x^2 - \square - 1$
$+ \square - \square + x + \square$
$3x^3 - 6x^2 - 5x + 3$

a) $x^2 + 5x - 7$
$+ x^2 - 8x + 5$
$2x^2 - 3x - 2$

b) $3x^3 - 6x^2 + 8x + 2$
$+ 2x^3 + 2x^2 - 6x - 9$
$5x^3 - 4x^2 + 2x - 7$

c) $-x^2 + 3x - 9$
$+ 4x^2 - x + 4$
$3x^2 + 2x - 5$

d) $x^3 - 4x^2 - 6x - 1$
$+ 2x^3 - 2x^2 + x + 4$
$3x^3 - 6x^2 - 5x + 3$

**6.** **Calcula las siguientes operaciones con estos polinomios:**

$$A = 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \qquad B = 2x^3 - x^2 - 7x - 1$$

**a)** $A + B$ **b)** $A - B$

a) $A \to 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$
$+ B \to 2x^3 - x^2 - 7x - 1$
$A + B \to 5x^3 - 6x^2 - 11x + 3$

b) $A \to 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$
$- B \to -2x^3 + x^2 + 7x + 1$
$A - B \to x^3 - 4x^2 + 3x + 5$

**7.** **Calcula las siguientes operaciones con estos polinomios:**

$$M = 7x^3 - 6x^2 + 2 \qquad N = 5x^2 - 3x - 5$$

**a)** $M + N$ **b)** $M - N$ **c)** $N - M$

a) $M \to 7x^3 - 6x^2 + 0x + 2$
$+ N \to 5x^2 - 3x - 5$
$M + N \to 7x^3 - x^2 - 3x - 3$

b) $M \to 7x^3 - 6x^2 + 0x + 2$
$- N \to -5x^2 + 3x + 5$
$M - N \to 7x^3 - 11x^2 + 3x + 7$

c) $N \to 5x^2 - 3x - 5$
$- M \to -7x^3 + 6x^2 + 0x - 2$
$N - M \to -7x^3 + 11x^2 - 3x - 7$

## Página 123

**8.** **Calcula.**

**a)** $3 \cdot (2x + 5)$ **b)** $5 \cdot (x^2 - x)$ **c)** $7 \cdot (x^3 - 1)$

**d)** $(-2) \cdot (5x - 3)$ **e)** $x \cdot (x + 1)$ **f)** $2x \cdot (3x - 5)$

**g)** $x^2 \cdot (5x - 2)$ **h)** $3x^2 \cdot (x + 2)$ **i)** $3x \cdot (x^2 - 2)$

**j)** $5x \cdot (x^2 + x + 1)$ **k)** $(-2x) \cdot (x^2 + 3)$ **l)** $-x \cdot (x^3 + x + 3)$

a) $6x + 15$ b) $5x^2 - 5x$ c) $7x^3 - 7$

d) $-10x + 6$ e) $x^2 + x$ f) $6x^2 - 10x$

g) $5x^3 - 2x^2$ h) $3x^3 + 6x^2$ i) $3x^3 - 6x$

j) $5x^3 + 5x^2 + 5x$ k) $-2x^3 - 6x$ l) $-x^4 - x^2 - 3x$

**9.** **Multiplica.**

**a)** $(x + 1) \cdot (x - 2)$ **b)** $(2x - 1) \cdot (x - 1)$

**c)** $(2x - 3) \cdot (3x - 2)$ **d)** $(4 + x) \cdot (2x + 1)$

a) $x^2 - 2x + x - 2 = x^2 - x - 2$ b) $2x^2 - 2x - x + 1 = 2x^2 - 3x + 1$

c) $6x^2 - 4x - 9x + 6 = 6x^2 - 13x + 6$ d) $8x + 4 + 2x^2 + x = 2x^2 + 9x + 4$

**10.** **Realiza los siguientes productos:**

**a)** $(2x + 1) \cdot (x^2 - x - 1)$

**b)** $(3x - 2) \cdot (2x^2 + 4x - 3)$

**c)** $(x^2 + 2x - 3) \cdot (3x^2 + 5x - 4)$

a) $2x \cdot (x^2 - x - 1) + 1 \cdot (x^2 - x - 1) = 2x^3 - 2x^2 - 2x + x^2 - x - 1 = 2x^3 - x^2 - 3x - 1$

b) $3x \cdot (2x^2 + 4x - 3) - 2 \cdot (2x^2 + 4x - 3) = 6x^3 + 12x^2 - 9x - 4x^2 - 8x + 6 = 6x^3 + 8x^2 - 17x + 6$

c)

$$\begin{array}{rrrrr} & & x^2 & + 2x & - 3 \\ \times & & 3x^2 & + 5x & - 4 \\ \hline & - & 4x^2 & - 8x & + 12 \\ & 5x^3 & + 10x^2 & - 15x & \\ 3x^4 & + 6x^3 & - 9x^2 & & \\ \hline 3x^4 & + 11x^3 & - 3x^2 & - 23x & + 12 \end{array}$$

# 4 Productos notables

## Página 125

**1.** **Copia y completa.**

**a)** $(x + 1)^2 = x^2 + 2 \cdot \square \cdot \square + \square^2 = x^2 + 2\square + \square$

**b)** $(a + 3)^2 = \square^2 + \square \cdot a \cdot 3 + \square^2 = a^2 + \square a + \square$

**c)** $(x - 5)^2 = x^2 - 2 \cdot \square \cdot \square + 5^2 = x^2 - \square x + \square$

**d)** $(a - 2)^2 = \square^2 - 2 \cdot \square \cdot \square + \square^2 = a^2 - \square a + \square$

**e)** $(x + 5) \cdot (x - 5) = \square^2 - 5^2 = x^2 - \square$

**f)** $(a - 1) \cdot (a + 1) = \square^2 - \square^2 = a^2 - \square$

**Comprueba los resultados efectuando cada producto.**

a) $(x + 1)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 = x^2 + 2x + 1$

b) $(a + 3)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2 = a^2 + 6a + 9$

c) $(x - 5)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$

d) $(a - 2)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 = a^2 - 4a + 4$

e) $(x + 5) \cdot (x - 5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$

f) $(a - 1) \cdot (a + 1) = a^2 - 1^2 = a^2 - 1$

**2.** **Calcula.**

**a)** $(x + 4)^2$ **b)** $(x - 1)^2$ **c)** $(x - 6) \cdot (x + 6)$

**d)** $(a + 2)^2$ **e)** $(a - 1)^2$ **f)** $(a + 4) \cdot (a + 4)$

a) $x^2 + 8x + 16$ b) $x^2 - 2x + 1$ c) $x^2 - 36$

d) $a^2 + 4a + 4$ e) $a^2 - 2a + 1$ f) $(a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16$

**3.** **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

**4.** **Opera.**

**a)** $(2x - y)^2$ **b)** $(5 - 3x)^2$ **c)** $(1 + 2a)^2$

**d)** $(3a + 2b)^2$ **e)** $(2x + 1) \cdot (2x - 1)$ **f)** $(3a - 2b) \cdot (3a + 2b)$

a) $4x^2 - 4xy + y^2$ b) $25 - 30x + 9x^2$ c) $1 + 4a + 4a^2$

d) $9a^2 + 12ab + 4b^2$ e) $4x^2 - 1$ f) $9a^2 - 4b^2$

**5.** **Copia y completa.**

**a)** $x^2 + 2xy + y^2 = (\square + \square)^2$ **b)** $a^2 - 2a + 1 = (\square - \square)^2$

**c)** $4x^2 + 4x + 1 = (\square + \square)^2$ **d)** $a^2 - 16 = (a + 4) \cdot (\square - \square)$

a) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$ b) $a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2$

c) $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$ d) $a^2 - 16 = (a + 4) \cdot (a - 4)$

**6.** **Simplifica las fracciones siguientes:**

**a)** $\dfrac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$

**b)** $\dfrac{a^2-9}{a^2-6a+9}$

**c)** $\dfrac{a^2-1}{a^2-2a+1}$

**d)** $\dfrac{x-4}{x^2-8x+16}$

**e)** $\dfrac{a^2+8a+16}{a^2-16}$

**f)** $\dfrac{2a+3}{4a^2-9}$

**g)** $\dfrac{9x^2+6x+1}{3x+1}$

**h)** $\dfrac{a^2-16}{a+4}$

a) $\dfrac{(x+y)^2}{(x+y)(x-y)} = \dfrac{x+y}{x-y}$

b) $\dfrac{(a+3)(a-3)}{(a-3)^2} = \dfrac{a+3}{a-3}$

c) $\dfrac{(a+1)(a-1)}{(a-1)^2} = \dfrac{a+1}{a-1}$

d) $\dfrac{x-4}{(x-4)^2} = \dfrac{1}{x-4}$

e) $\dfrac{(a+4)^2}{(a+4)(a-4)} = \dfrac{a+4}{a-4}$

f) $\dfrac{2a+3}{(2a+3)(2a-3)} = \dfrac{1}{2a-3}$

g) $\dfrac{(3x+1)^2}{3x+1} = 3x+1$

h) $\dfrac{(a+4)(a-4)}{a+4} = a-4$

## Página 126

**7.** **Copia y completa.**

**a)** $7x + 7y = 7 \cdot (\square + \square)$

**b)** $6a - 9b = 3 \cdot (\square - \square)$

**c)** $2x + xy = x \cdot (\square + \square)$

**d)** $x + x^2 - x^3 = x \cdot (\square + \square - \square)$

**e)** $5x^2 + 10xy + 15x = 5x \cdot (\square + \square + \square)$

**f)** $2a^2 - 8ab + 4a^2b^2 = 2a \cdot (\square - \square + \square)$

**g)** $6a^2b + 3ab^2 - 9ab = 3ab \cdot (\square + \square - \square)$

a) $7x + 7y = 7 \cdot (x + y)$

b) $6a - 9b = 3 \cdot (2a - 3b)$

c) $2x + xy = x \cdot (2 + y)$

d) $x + x^2 - x^3 = x \cdot (1 + x - x^2)$

e) $5x^2 + 10xy + 15x = 5x \cdot (x + 2y + 3)$

f) $2a^2 - 8ab + 4a^2b^2 = 2a \cdot (a - 4b + 2ab^2)$

g) $6a^2b + 3ab^2 - 9ab = 3ab \cdot (2a + b - 3)$

**8.** **Extrae factor común.**

**a)** $8x + 8y$ **b)** $3a + 3b$ **c)** $5x + 10$ **d)** $8 + 4a$

**e)** $x^2 + xy$ **f)** $2a^2 + 6a$ **g)** $y^3 + 7y$ **h)** $6a + 2a^3$

a) $8 \cdot (x + y)$ b) $3 \cdot (a + b)$ c) $5 \cdot (x + 2)$ d) $4 \cdot (2 + a)$

e) $x \cdot (x + y)$ f) $2a \cdot (a + 3)$ g) $y \cdot (y^2 + 7)$ h) $2a \cdot (3 + a^2)$

**9.** **Simplifica.**

**a)** $\dfrac{3x}{2x + xy}$ **b)** $\dfrac{4a}{4a + 8b}$ **c)** $\dfrac{x^2}{x^2 + x^3}$

a) $\dfrac{3x}{x \cdot (2 + y)} = \dfrac{3}{2 + y}$ b) $\dfrac{4a}{4 \cdot (a + 2b)} = \dfrac{a}{a + 2b}$ c) $\dfrac{x^2}{x^2 \cdot (1 + x)} = \dfrac{1}{1 + x}$

# Ejercicios y problemas

## Página 127

### Utiliza el lenguaje algebraico

**1.** **Si llamamos $x$ a un número cualquiera, escribe una expresión algebraica para cada enunciado.**

**a) El triple de $x$.**

**b) El resultado de sumarle 3 unidades.**

**c) La mitad de un número 3 unidades mayor que $x$.**

**d) El triple del número que resulta de sumar 5 unidades a $x$.**

**e) Un número 5 unidades mayor que el triple de $x$.**

a) $3x$ b) $x + 3$ c) $\frac{x + 3}{2}$

d) $3 \cdot (x + 5)$ e) $3x + 5$

**2.** **En una granja hay C caballos, V vacas y G gallinas. Asocia estas expresiones al número de:**

**a) Patas.** **b) Cabezas.** **c) Orejas.**

**A** $\boxed{2C + 2V}$ **B** $\boxed{C + V + G}$ **C** $\boxed{4(C + V) + 2G}$

a) Patas $\rightarrow$ C b) Cabezas $\rightarrow$ B c) Orejas $\rightarrow$ A

**3.** **Si llamamos $x$ al sueldo mensual de un trabajador, expresa algebraicamente:**

**a) El valor de una paga extraordinaria, sabiendo que equivale al 80 % del sueldo.**

**b) Su nómina de diciembre, mes en el que percibe una paga extraordinaria.**

**c) Sus ingresos anuales, sabiendo que cobra dos pagas extras: en verano y en Navidad.**

a) $0{,}8x$

b) $x + 0{,}8x \rightarrow 1{,}8x$

c) $12x + 2 \cdot 0{,}8x \rightarrow 13{,}6x$

**4.** **Traduce a una igualdad algebraica cada uno de estos enunciados:**

**a) Si aumentas un número, $x$, en 15 unidades y divides entre 2 el resultado, obtienes el triple de dicho número.**

**b) Si triplicas la edad de Jorge, $x$, y al resultado le sumas 5 años, obtienes la edad de su padre, que tenía 33 años cuando nació Jorge.**

**Edad de Jorge $\rightarrow x$ Edad del padre $\rightarrow x + 33$**

a) $\frac{x + 15}{2} = 3x$

b) $3x + 5 = x + 33$

**5.** ¿Cuál de las siguientes expresiones representa …

**a) … un número de tres cifras $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}$?**

**b) … su siguiente?**

**c) … su doble?**

**d) … el doble de su anterior?**

**A** $\boxed{100a + 10b + (c + 1)}$

**B** $\boxed{200a + 20b + 2c}$

**C** $\boxed{200a + 20b + 2c - 2}$

**D** $\boxed{100a + 10b + c}$

a) D b) A c) B d) C

**6.** Copia en tu cuaderno y completa.

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **…** | ***n*** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **22** | | | **…** | $\mathbf{3n^2 - 5}$ |

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **…** | ***n*** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | **10** | | **…** | $\mathbf{\frac{n(n+1)}{2}}$ |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | … | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| –2 | 7 | 22 | 43 | 70 | … | $3n^2 - 5$ |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | … | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | … | $\frac{n(n+1)}{2}$ |

**7.** Siguiendo la lógica de la tabla, completa en tu cuaderno las casillas vacías.

| **1** | **2** | **3** | **5** | **10** | **15** | **20** | ***n*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | **3** | **8** | **24** | | | **399** | |

| **1** | **2** | **3** | **5** | **10** | **20** | **25** | ***n*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **4** | **7** | **13** | | | **73** | |

| 1 | 2 | 3 | 5 | 10 | 15 | 20 | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 3 | 8 | 24 | 99 | 224 | 399 | $n^2 - 1$ |

| 1 | 2 | 3 | 5 | 10 | 20 | 25 | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 7 | 13 | 28 | 58 | 73 | $3n - 2$ |

**8.** Escribe la expresión del término enésimo en cada una de estas series:

**a) 2 - 4 - 6 - 8 - 10 - … → $a_n$ = ?**

**b) 3 - 5 - 7 - 9 - 11 - … → $b_n$ = ?**

**c) 5 - 10 - 15 - 20 - 25 - … → $c_n$ = ?**

**d) 4 - 9 - 14 - 19 - 24 - … → $d_n$ = ?**

a) $a_n = 2n$

b) $b_n = 2n + 1$

c) $c_n = 5n$

d) $d_n = 5n - 1$

**9.** **El término enésimo de una serie viene dado por la expresión:**

$$a_n = 5n - 4$$

**a) Escribe sus cinco primeros términos.**

**b) ¿Cuál es el valor de $a_{100}$?**

a) $a_1 = 1$; $a_2 = 6$; $a_3 = 11$; $a_4 = 16$; $a_5 = 21$

b) $a_{100} = 5 \cdot 100 - 4 = 496$

**10.** **El término enésimo de una serie viene dado por esta expresión:**

$$a_n = \frac{3n-1}{2}$$

**Calcula los términos $a_5$, $a_9$ y $a_{15}$.**

$a_5 = \frac{3 \cdot 5 - 1}{2} = 7$; $a_9 = \frac{3 \cdot 9 - 1}{2} = 13$; $a_{15} = \frac{3 \cdot 15 - 1}{2} = 22$

**11.** **Copia y completa la tabla en tu cuaderno sabiendo que los valores $a$, $b$ y $c$ se relacionan mediante la fórmula:**

$$a = \frac{3b + 2c}{5}$$

| **b** | **0** | **0** | **2** | **3** | **4** |
|---|---|---|---|---|---|
| **c** | **0** | **5** | **7** | **3** | **9** |
| **a** | | | | | |

| **b** | 0 | 0 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| **c** | 0 | 5 | 7 | 3 | 9 |
| **a** | 0 | 2 | 4 | 3 | 6 |

## Página 128

**12.** **En cada una de estas tablas se sigue la misma lógica. Es decir, la relación entre los números de cada casilla es la misma. Complétalas en tu cuaderno.**

| **A** | **A · B** | **2A – B** | **$A^2 - B^2$** |
|---|---|---|---|
| **B** | | | |

| **7** | **21** | | |
|---|---|---|---|
| **3** | **13** | **8** | **16** |

| **10** | | | |
|---|---|---|---|
| **1** | **12** | | **81** |

| **2** | **10** | | |
|---|---|---|---|
| **5** | | **–6** | **9** |

| A | A · B | 2A – B | $A^2 - B^2$ |
|---|---|---|---|
| B | A + 2B | 2(A – B) | $(A - B)^2$ |

| 7 | 21 | 11 | 40 |
|---|---|---|---|
| 3 | 13 | 8 | 16 |

| 10 | 10 | 19 | 99 |
|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 18 | 81 |

| 2 | 10 | –1 | –21 |
|---|---|---|---|
| 5 | 12 | –6 | 9 |

## Monomios

**13.** **Copia y completa.**

| MONOMIO | $8a$ | $\frac{2}{3}xy$ | |
|---|---|---|---|
| COEFICIENTE | | | **1** |
| PARTE LITERAL | | | $a^3b$ |
| GRADO | | | |

| MONOMIO | $8a$ | $\frac{2}{3}xy$ | $a^3b$ |
|---|---|---|---|
| COEFICIENTE | 8 | $\frac{2}{3}$ | 1 |
| PARTE LITERAL | $a$ | $xy$ | $a^3b$ |
| GRADO | 1 | 2 | 4 |

**14.** **Opera.**

**a)** $2x + 8x$ **b)** $7a - 5a$ **c)** $2x - 5x$ **d)** $3a - 10a$

**e)** $8x - 6 - 3x - 1$ **f)** $6a - 2 - 5a - 1$ **g)** $2x + 3 - 9x + 1$ **h)** $a - 6 - 2a + 7$

a) $10x$ b) $2a$ c) $-3x$ d) $-7a$

e) $5x - 7$ f) $a - 3$ g) $-7x + 4$ h) $-a + 1$

**15.** **Quita paréntesis y reduce.**

**a)** $x - (x - 2)$ **b)** $3x + (2x + 3)$ **c)** $(5x - 1) - (2x + 1)$

**d)** $(7x - 4) + (1 - 6x)$ **e)** $(1 - 3x) - (1 - 5x)$ **f)** $2x - (x - 3) - (2x - 1)$

a) 2 b) $5x + 3$ c) $3x - 2$

d) $x - 3$ e) $2x$ f) $-x + 4$

**16.** **Opera y reduce.**

**a)** $3x \cdot 4x$ **b)** $12x : 3x$ **c)** $\frac{2}{3}x \cdot 6x$

**d)** $\frac{3}{4}x^2 : \frac{1}{4}x$ **e)** $x^2 \cdot x^3$ **f)** $x^5 : x^2$

**g)** $3x \cdot 5x^3$ **h)** $15x^6 : 5x^4$ **i)** $(-2x^2) \cdot (-3x^4)$

**j)** $(-20x^8) : 5x^7$ **k)** $\frac{3}{4}x^3 \cdot (-3x^3)$ **l)** $\frac{2}{5}x^2 : (-2x^3)$

**m)** $\frac{1}{2}x \cdot \frac{2}{3}x^2$ **n)** $\frac{2}{3}x : \frac{1}{6}x^3$

a) $12x^2$ b) $4$ c) $4x^2$

d) $3x$ e) $x^5$ f) $x^3$

g) $15x^4$ h) $3x^2$ i) $6x^6$

j) $-4x$ k) $-\frac{9}{4}x^6$ l) $-\frac{1}{5x}$

m) $\frac{1}{3}x^3$ n) $\frac{4}{x^2}$

## Polinomios

**17.** **Indica el grado de cada uno de los siguientes polinomios:**

**a)** $x^3 + 3x^2 + 2x - 6$ **b)** $4 - 3x^2$

**c)** $2x^5 - 4x^2 + 1$ **d)** $7x^4 - x^3 + x^2 + 1$

a) Grado 3. b) Grado 2.

c) Grado 5. d) Grado 4.

**18.** **Reduce.**

**a)** $x^2 - 6x + 1 + x^2 + 3x - 5$ **b)** $3x - x^2 + 5x + 2x^2 - x - 1$

**c)** $2x^2 + 4 + x^3 - 6x + 2x^2 - 4$ **d)** $5x^3 - 1 - x + x^3 - 6x^2 - x^2 + 4$

a) $2x^2 - 3x - 4$ b) $x^2 + 7x - 1$

c) $x^3 + 4x^2 - 6x$ d) $6x^3 - 7x^2 - x + 3$

**19.** **Quita paréntesis y reduce.**

**a)** $(3x^2 - 5x + 6) + (2x - 8)$ **b)** $(6 - 3x + 5x^2) - (x^2 - x + 3)$

**c)** $(9x^2 - 5x + 2) - (7x^2 - 3x - 7)$ **d)** $(3x^2 - 1) - (5x + 2) + (x^2 - 3x)$

a) $3x^2 - 3x - 2$ b) $4x^2 - 2x + 3$

c) $2x^2 - 2x + 9$ d) $4x^2 - 8x - 3$

**20.** **Copia y completa.**

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x - 5 \\ +\ \square x^2 + \square x - \square \\ \hline 5x^2 - x - 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \square x^3 - 3x^2 + \square x - 8 \\ +\ 4x^3 + \square x^2 - 5x - \square \\ \hline 6x^3 + 2x^2 - x - 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x - 5 \\ +\ 2x^2 + 4x - 1 \\ \hline 5x^2 - x - 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x - 8 \\ +\ 4x^3 + 5x^2 - 5x - 2 \\ \hline 6x^3 + 2x^2 - x - 10 \end{array}$$

**21.** **Considera los siguientes polinomios y calcula.**

$A = 3x^3 - 6x^2 + 4x - 2$ $\quad B = x^3 - 3x + 1$ $\quad C = 2x^2 + 4x - 5$

**a)** $A + B$ **b)** $A + B + C$

**c)** $A - B$ **d)** $B - C$

**e)** $A + B - C$ **f)** $A - B - C$

a) $A + B = 4x^3 - 6x^2 + x - 1$ b) $A + B + C = 4x^3 - 4x^2 + 5x - 6$

c) $A - B = 2x^3 - 6x^2 + 7x - 3$ d) $B - C = x^3 - 2x^2 - 7x + 6$

e) $A + B - C = 4x^3 - 8x^2 - 3x + 4$ f) $A - B - C = 2x^3 - 8x^2 + 3x + 2$

**22.** **Opera.**

**a)** $2 \cdot (x^3 - 3x^2 + 2x + 2)$ **b)** $(-4) \cdot (2x^2 - 5x - 1)$ **c)** $x \cdot (3x^3 - 4x^2 - 6x - 1)$

**d)** $x^2 \cdot (5x^2 + 3x + 4)$ **e)** $(-2x) \cdot (x^3 - 2x^2 + 3x + 2)$

a) $2x^3 - 6x^2 + 4x + 4$ b) $-8x^2 + 20x + 4$ c) $3x^4 - 4x^3 - 6x^2 - x$

d) $5x^4 + 3x^3 + 4x^2$ e) $-2x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 4x$

**23.** **Reduce.**

**a)** $2(3x - 1) + 3(x + 2)$ **b)** $3(x^2 - 2x - 1) - 2(x + 5)$

**c)** $4(2x^2 - 5x + 3) - 3(x^2 + x + 1)$ **d)** $6(3x^2 - 4x + 4) - 5(3x^2 - 2x + 3)$

a) $9x + 4$ b) $3x^2 - 8x - 13$

c) $5x^2 - 23x + 9$ d) $3x^2 - 14x + 9$

## Página 129

**24.** **Multiplica.**

**a)** $(x-1)\cdot(2x-3)$ **b)** $(3x-2)\cdot(x-5)$

**c)** $(2x+3)\cdot(3x-4)$ **d)** $(x+1)\cdot(x^2+x+1)$

**e)** $(3x+2)\cdot(x^3-2x^2+5x+1)$ **f)** $(x^2-2x-3)\cdot(2x^3-5x^2-4x+3)$

a) $2x^2-5x+3$ b) $3x^2-17x+10$

c) $6x^2+x-12$ d) $x^3+2x^2+2x+1$

e) $3x^4-4x^3+11x^2+13x+2$ f) $2x^5-9x^4+26x^2+6x-9$

**25.** **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

**26.** **Calcula.**

**a)** $(x^2+1)\cdot(x-2)$ **b)** $(2x^2-1)\cdot(x^2+3)$

**c)** $(2x-3)\cdot(3x^3-2x+2)$ **d)** $(x^2+2)\cdot(x^3-3x+1)$

a) $x^3-2x^2+x-2$ b) $2x^4+5x^2-3$

c) $6x^4-9x^3-4x^2+10x-6$ d) $x^5-x^3+x^2-6x+2$

**27.** **Opera como en el ejemplo.**

• $(x^2+3)\cdot(x^2-1)=x^2\cdot(x-1)+3\cdot(x^2-1)=x^3-x^2+3x^2-3=x^3+2x^2-3$

**a)** $(x+1)\cdot(x^2+4)$ **b)** $(x^3+1)\cdot(x^2+5)$

**c)** $(x^2-2)\cdot(x+7)$ **d)** $(x^3-3x+5)\cdot(2x-1)$

a) $x^3+x^2+4x+4$ b) $x^5+5x^3+x^2+5$

c) $x^3+7x^2-2x-14$ d) $2x^4-x^3-6x^2+13x-5$

**28.** **Reduce.**

**a)** $(x+1)\cdot(2x+3)-2\cdot(x^2+1)$ **b)** $(2x-5)\cdot(x+2)+3x\cdot(x+2)$

**c)** $(x^2-3)\cdot(x+1)-(x^2+5)\cdot(x-2)$ **d)** $(4x+3)\cdot(2x-5)-(6x^2-10x-12)$

a) $5x+1$ b) $5x^2+5x-10$

c) $3x^2-8x+7$ d) $2x^2-4x-3$

**29.** **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

**30.** **Realiza las divisiones siguientes:**

**a)** $(8x-6):2$ **b)** $(20x-5):5$ **c)** $(3x^2-x):x$

**d)** $(4x^3-8x^2):2x$ **e)** $(4x^3-2x^2+6x):2x$ **f)** $(12x^3+9x^2):3x^2$

a) $4x-3$ b) $4x-1$ c) $3x-1$

d) $2x^2-4x$ e) $2x^2-x+3$ f) $4x+3$

## Productos notables y extracción de factor común

**31.** **Extrae factor común.**

**a)** $3x + 3y + 3z$ **b)** $2x - 5xy + 3xz$ **c)** $a^2 + 3a$ **d)** $3a - 6b$

**e)** $2x + 4y + 6z$ **f)** $4x - 8x^2 + 12x^3$ **g)** $9a + 6a^2 + 3a^3$ **h)** $2a^2 - 5a^3 + a^4$

a) $3(x + y + z)$ b) $x(2 - 5y + 3z)$ c) $a(a + 3)$ d) $3(a - 2b)$

e) $2(x + 2y + 3z)$ f) $4x(1 - 2x + 3x^2)$ g) $3a(3 + 2a + a^2)$ h) $a^2(2 - 5a + a^2)$

**32.** **Calcula sin hacer la multiplicación, utilizando las fórmulas de los productos notables.**

**a)** $(x + 3)^2$ **b)** $(3 + a)^2$ **c)** $(2 - x)^2$ **d)** $(a - 6)^2$

**e)** $(2x + 1)^2$ **f)** $(5 - 3a)^2$ **g)** $(x - 5) \cdot (x + 5)$ **h)** $(3x - 5) \cdot (3x + 5)$

a) $x^2 + 6x + 9$ b) $9 + 6a + a^2$ c) $4 - 4x + x^2$ d) $a^2 - 12a + 36$

e) $4x^2 + 4x + 1$ f) $25 - 30a + 9a^2$ g) $x^2 - 25$ h) $9x^2 - 25$

**33.** **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

**34.** **Descompón en factores.**

**a)** $x^2 - 6x + 9$ **b)** $x^3 - 9x$ **c)** $3x^2 + 6x + 3$

**d)** $2x^3 - 12x^2 + 18x$ **e)** $x^4 - x^2$ **f)** $4x^2 + 4x + 1$

a) $(x - 3)^2 = (x - 3) \cdot (x - 3)$ b) $x \cdot (x^2 - 9) = x \cdot (x + 3) \cdot (x - 3)$

c) $3 \cdot (x^2 + 2x + 1) = 3 \cdot (x + 1)^2 = 3 \cdot (x + 1) \cdot (x + 1)$

d) $2x \cdot (x^2 - 6x + 9) = 2x \cdot (x - 3)^2 = 2x \cdot (x - 3) \cdot (x - 3)$

e) $x^2 \cdot (x^2 - 1) = x^2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)$ f) $(2x + 1)^2 = (2x + 1) \cdot (2x + 1)$

**35.** **Saca factor común en el numerador y en el denominador y, después, simplifica.**

**a)** $\dfrac{x}{x^2 + 2x}$ **b)** $\dfrac{2x^2 + 10x}{3x^3 + 15x^2}$ **c)** $\dfrac{2x^2 - 2x}{2x^3}$

a) $\dfrac{x}{x(x + 2)} = \dfrac{1}{x + 2}$ b) $\dfrac{2x(x + 5)}{3x^3(x + 5)} = \dfrac{2}{3x}$ c) $\dfrac{2x(x - 1)}{2x^3} = \dfrac{x - 1}{x^2}$

**36.** **Descompón en factores el numerador y el denominador y, después, simplifica.**

**a)** $\dfrac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$ **b)** $\dfrac{5x + 15}{x^2 + 6x + 9}$ **c)** $\dfrac{3x + 3}{3x^2 - 3}$

**d)** $\dfrac{x^2 + 2x + 1}{5x^2 + 5x}$ **e)** $\dfrac{5x^2 - 6x}{2x^3 - 12x^2 + 18x}$ **f)** $\dfrac{3x^3 + 6x^2 + 3x}{6x^3 + 6x^2}$

a) $\dfrac{(x + 3)(x - 3)}{(x - 3)^2} = \dfrac{x + 3}{x - 3}$ b) $\dfrac{5(x + 3)}{(x + 3)^2} = \dfrac{5}{x + 3}$

c) $\dfrac{3(x + 1)}{3(x + 1)(x - 1)} = \dfrac{1}{x - 1}$ d) $\dfrac{(x + 1)^2}{5x(x + 1)} = \dfrac{x + 1}{5x}$

e) $\dfrac{x(5x - 6)}{2x(x^2 - 6x + 9)} = \dfrac{5x - 6}{2(x^2 - 6x + 9)}$ f) $\dfrac{3x(x^2 + 2x + 1)}{6x^2(x + 1)} = \dfrac{3x(x + 1)^2}{6x^2(x + 1)} = \dfrac{x + 1}{2x}$

## Página 130

## Relaciona y aplica tus conocimientos

**37.** **En un campo de cultivo hay cuatro estanques. Llamando $C$ a la cantidad de agua que tendrá un estanque dentro de $m$ minutos, asocia cada estanque con la expresión que le corresponde.**

**ESTANQUE M: Contiene 4 500 litros de agua y se abre un grifo que le aporta 4 litros por minuto.**

**ESTANQUE N: Contiene 4 500 litros de agua y se le conecta una bomba que extrae 4 litros por minuto.**

**ESTANQUE P: Contiene 4 metros cúbicos de agua y se conecta a una tubería que aporta 4,5 metros cúbicos a la hora.**

**ESTANQUE Q: Contiene 4 metros cúbicos de agua y se abre una boca de riego que extrae 4,5 metros cúbicos a la hora.**

$$C = 4\,000 + \frac{4\,500 \cdot m}{60} \qquad C = 4\,500 - 4 \cdot m$$

$$C = 4\,000 - \frac{4\,500 \cdot m}{60} \qquad C = 4\,500 + 4 \cdot m$$

Estanque M: $C = 4\,500 + 4 \cdot m$

Estanque N: $C = 4\,500 - 4 \cdot m$

Estanque P: $C = 4\,000 + \dfrac{4\,500 \cdot m}{60}$

Estanque Q: $C = 4\,000 - \dfrac{4\,500 \cdot m}{60}$

**38.** **En la clase de Marta, la nota de Matemáticas se calcula atendiendo a tres conceptos con diferente peso: la media de los controles (3/4), el cuaderno (20 %) y los trabajos especiales (resto).**

**a) ¿Cuál o cuáles de estas fórmulas sirven para calcular la nota?**

**Controles ($a$); Cuaderno ($b$); Trabajos esp. ($c$).**

| | |
|---|---|
| $N = \frac{3a}{4} + \frac{b}{5} + \frac{c}{20}$ | $N = 0{,}75a + 0{,}2b + 0{,}05c$ |
| $N = \frac{15a + 4b + c}{20}$ | $N = \frac{75a + 20b + 5c}{100}$ |

**b) Calcula la nota de Marta y de Javier, con dos cifras decimales.**

| | M. CONTROLES | CUADERNO | T. ESPECIALES |
|---|---|---|---|
| MARTA | 7,25 | 8 | 6 |
| JAVIER | 6,80 | 7 | 5 |

**c) Si el sistema informático de secretaría solo admite notas con números enteros, ¿cuáles serán las calificaciones definitivas de ambos en Matemáticas?**

a) Todas las fórmulas son equivalentes y sirven para calcular la nota.

b) Marta → 7,34; Javier → 6,75

c) Marta → 7; Javier → 7

**39.** **El importe bruto, $I$, sin IVA, del recibo de la luz de cierta compañía eléctrica se calcula según la siguiente fórmula:**

$$I = F + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot P$$

**$F$ → Gastos fijos y alquiler de equipos de medida (€)**

**$L_{AC}$ → Lectura actual (kWh)**

**$L_{ANT}$ → Lectura anterior (kWh)**

**$P$ → Precio del kWh (€/kWh)**

**a) Escribe la fórmula en su versión actualizada, si los gastos fijos son de 8,50 € y el kilovatio hora cuesta 0,80 €.**

**b) ¿Cuál de las siguientes sería la fórmula actualizada de la factura, en su formato final, incluyendo el 21 % de IVA?**

$$I = \frac{8{,}50 + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot 0{,}80 + 21}{100}$$

$$I = [8{,}50 + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot 0{,}80] \cdot 1{,}21$$

$$I = 8{,}50 + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot 0{,}80 + 1{,}21$$

a) $I = 8{,}50 + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot 0{,}80$

b) $I = [8{,}50 + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot 0{,}80] \cdot 1{,}21$

**40.** **Una empleada de la compañía eléctrica del ejercicio anterior leyó el mes pasado, en el contador de la vivienda de la familia Gutiérrez, 2 457 kWh, y la lectura de este mes ha sido de 2 516 kWh. ¿A cuánto asciende la factura de este mes?**

$I = [8{,}50 + (2\,516 - 2\,457) \cdot 0{,}80] \cdot 1{,}21 = 67{,}40$ € será el importe de la factura con IVA incluido.

**41.** **Un fontanero que presta servicio a domicilio cobra, por acudir a una llamada, un fijo de 25 €, más el importe del material utilizado, más 15 € por hora de trabajo. Y a todo ello se le añade el 21 % de IVA.**

**Escribe la fórmula para obtener el importe de la factura ($I$), en función de las horas invertidas (h) y el coste del material ($M$).**

$I = (25 + M + 15 \cdot \text{h}) \cdot 1{,}21$

## Página 131

## Problemas "+"

**42.** **Antes has visto que la suma de los $n$ primeros números impares es $I_n = n^2$.**

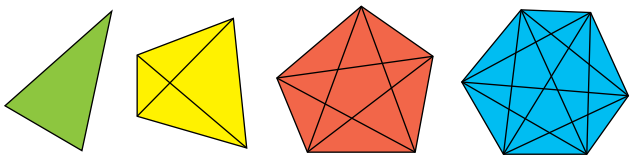
**Teniendo eso en cuenta, ¿cómo expresaríamos la suma, $P_n$, de los $n$ primeros números pares?**

| NÚMEROS PARES QUE SUMO | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | … | 9 | … | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| RESULTADO DE LA SUMA | 2 | 6 | 12 | 20 | 30 | … | 90 | … | $P_n = n^2 + n$ |

**43.** **Teniendo en cuenta la fórmula para calcular la suma de los $n$ primeros números pares, $P_n$, que has obtenido en el ejercicio anterior, obtén ahora la que permita calcular la suma, $N_n$, de los $n$ primeros números naturales.**

Para sumar los $n$ primeros números naturales, tendremos que sumar la mitad de pares y la mitad de impares: $N_n = I_{\frac{n}{2}} + P_{\frac{n}{2}} = \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left[\left(\frac{n}{2}\right)^2 + \frac{n}{2}\right] = \frac{n^2}{4} + \frac{n^2}{4} + \frac{n}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$, que es lo que teníamos en el ejercicio 6 de la página 117 de esta unidad.

**44.** **Cuenta el número de diagonales de los siguientes polígonos:**



**Teniendo en cuenta que el número de diagonales que salen de un vértice es igual al número de lados menos tres y que, además, cada diagonal toca a dos vértices:**

**Busca la fórmula que te permite calcular el número de diagonales ($D$), sabiendo el número de lados ($n$).**

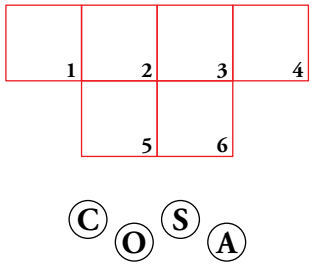
$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

# Taller de matemáticas

## Página 132

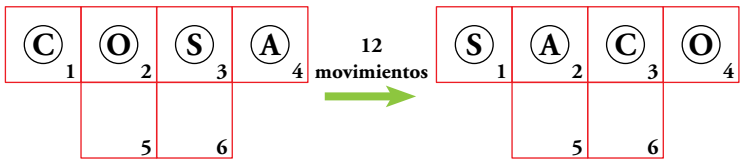
## Experimenta, anota y juega

**1.** Tenemos un tablero con seis casillas y cuatro fichas con las letras A, C, O, S.




**2.** Colocamos las fichas formando la palabra COSA.

**3.** Desplazando cada vez una letra a una casilla contigua vacía, con 12 movimientos se consigue transformar la palabra COSA en la palabra SACO. Así:




**(S → 6), (S → 5), (A → 3), (A → 6), (O → 3), (O → 4), (C → 2), (C → 3), (S → 2), (S → 1), (A → 5), (A → 2)**

• **Busca el mínimo número de movimientos para transformar:**

**COSA → CASO** **COSA → OCAS**

COSA → CASO

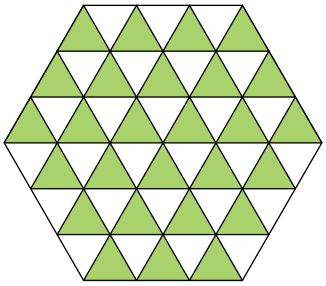
(S → 6), (S → 5), (O → 3), (O → 6), (A → 3), (A → 2), (O → 3), (O → 4), (S → 6), (S → 3)

COSA → OCAS

(S → 6), (O → 3), (C → 2), (C → 5), (O → 2), (O → 1), (A → 3), (A → 2), (S → 3), (S → 4), (A → 3), (C → 2)

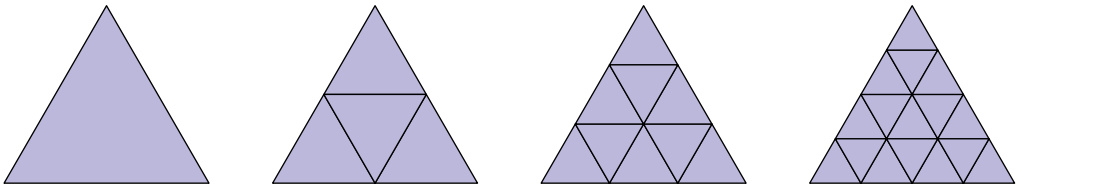
# Experimenta, ordena la información y generaliza

**En una exposición se ha presentado este mosaico en forma de hexágono de lado 3 unidades, construido con 54 piezas triangulares.**



- **¿Cuántas piezas se necesitarían para construir un mosaico con la misma forma, pero de lado 20 unidades?**
- **En general, ¿cuántas piezas se necesitarían para construir un hexágono de lado $n$ unidades?**

*Resuélvelo, primero, con triángulos.*




Lo resolvemos primero para los triángulos:

| PARTES EN QUE SE DIVIDE EL LADO | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | … | 20 | … | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| PARTES EN QUE SE DIVIDE LA FIGURA (TRIÁNGULOS) | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | … | 400 | … | $n^2$ |

Contestamos, ahora, a las preguntas:

- Mosaico de lado 20 unidades $\rightarrow$ 2 400 piezas $(6n^2 = 6 \cdot 20^2 = 2\,400)$
- Mosaico de lado $n$ unidades $\rightarrow$ $6n^2$ piezas

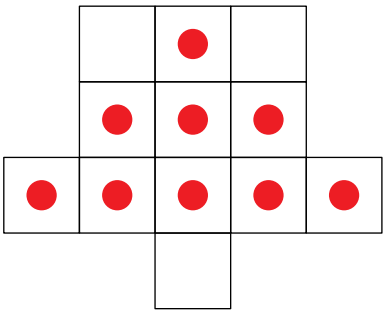
El mosaico hexagonal con lado de $n$ unidades está formado por 6 triángulos de lado $n$ unidades, por lo que utilizando el resultado del problema anterior:

NÚMERO DE PIEZAS = 6 · (número de piezas del triángulo de lado $n$) = $6n^2$

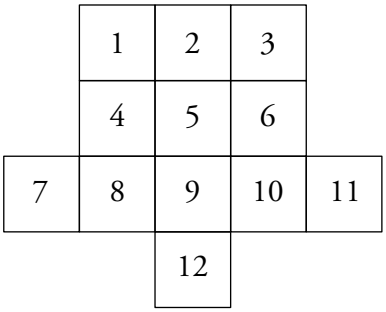
# Piensa, experimenta, toma decisiones

**Objetivo: Eliminar todas las fichas del tablero, excepto una.**

**Reglas: En cada movimiento, una ficha salta sobre otra y cae en la casilla siguiente, que debe estar vacía. La ficha sobre la que se ha saltado queda eliminada; es decir, sale del tablero.**



- **Busca un código que te permita expresar con facilidad los movimientos.**




Nombrando las casillas como se muestra en el gráfico, representamos cada movimiento con un par $(m, n)$ que significa; la ficha de la casilla $m$ salta sobre su vecina y cae en $n$.

Una solución: (8, 1); (1, 3); (5, 12); (11, 9); (3, 10); (10, 8); (7, 9); (12, 5)

**Página 133**

# Entrénate resolviendo problemas

## Dibuja, calcula, utiliza la lógica

- **En uno de los platillos de una balanza se ha colocado un queso manchego. En el otro platillo se han colocado los $\frac{3}{4}$ de un queso igual al anterior más una pesa de $\frac{3}{4}$ kg.**

  **Si la balanza ha quedado en equilibrio, ¿cuánto pesa el queso?**

  El peso del cuarto de queso que falta es el de la pesa, por tanto un cuarto de queso pesa $\frac{3}{4}$ de kilo y el queso entero pesa $4 \cdot \frac{3}{4} = 3$ kilos.

- **Una máquina fabrica 5 tuercas por minuto. Este es el tiempo en el que está funcionando:**

| | |
|---|---|
| LUNES A JUEVES | De 8 h a 13 h y de 15 h a 17 h |
| VIERNES | De 8 h a 14 h |

**Para atender un pedido de 25 000 tuercas, la ponen a trabajar el miércoles 24 de mayo a las 11 de la mañana. ¿Cuándo se completará el pedido?**

25 000 : 5 = 5 000 minutos se tardará en completar el pedido, que pasándolo a horas nos da un total de 5 000 : 60 = 83 h 20 min.

Si se pone a trabajar la máquina el miércoles 24 de mayo, se completará el pedido el viernes 9 de junio a las 12 h 20 min.

# Autoevaluación

**1.** **Completa en tu cuaderno las casillas vacías, siguiendo la lógica de la tabla.**

| **1** | **3** | **5** | **8** | **10** | | **15** | ***n*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **2** | **12** | **22** | **37** | | **57** | | |

| 1 | 3 | 5 | 8 | 10 | 12 | 15 | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 12 | 22 | 37 | 47 | 57 | 72 | $5n - 3$ |

**2.** **Llamando $x$ a un número, expresa en lenguaje algebraico.**

**a) Su doble.** **b) El siguiente de su doble.**

**c) El doble de su siguiente.** **d) El triple de su mitad.**

a) $2x$ b) $2x + 1$ c) $2(x + 1)$ d) $3\frac{x}{2}$

**3.** **¿Cuáles son el coeficiente y el grado del monomio $-\frac{2}{3}xy^2$?**

El coeficiente es $-\frac{2}{3}$, y el grado, 3.

**4.** **Calcula el valor numérico del polinomio $2x^3 - 7x - 2$.**

**a) Para $x = 0$** **b) Para $x = 1$** **c) Para $x = -1$**

a) $-2$ b) $-7$ c) 3

**5.** **Reduce estas expresiones:**

**a) $2x + 4 + x - 6$**

**b) $5x^2 + 2 + 6x - x - 3x^2 + 1$**

**c) $6x^3 + 7x - 2x^2 + x^2 - 5x^3 + 17$**

a) $3x - 2$

b) $2x^2 + 5x + 3$

c) $x^3 - x^2 + 7x + 17$

**6.** **Opera y reduce.**

**a)** $-\frac{1}{5}x^2(-5x)$ **b)** $6x^4 : 2x^3$ **c)** $6 \cdot \left(\frac{a}{2} - \frac{b}{3} + \frac{1}{6}\right)$ **d)** $\left(a + \frac{ab}{9}\right) : \frac{2a}{9}$

a) $-x^3$ b) $3x$ c) $3a - 2b + 1$ d) $\frac{9a + ab}{2a} = \frac{9 + b}{2}$

**7.** **Observa los siguientes polinomios y calcula:**

$$A = 3x^3 + 5x^2 - 6x + 8 \qquad B = x^3 - 5x^2 + 1$$

**a) $A + B$** **b) $A - B$**

a) $A + B = 4x^3 - 6x + 9$ b) $A - B = 2x^3 + 10x^2 - 6x + 7$

**8.** **Calcula el producto $(2x - 1) \cdot (x^3 + 3x - 6)$.**

$2x^4 + 6x^2 - 12x - x^3 - 3x + 6 = 2x^4 - x^3 + 6x^2 - 15x + 6$

**9.** **Calcula.**

**a)** $(x - 3)^2$ **b)** $(1 + 2x)^2$ **c)** $(x - 3) \cdot (x + 3)$

a) $x^2 - 6x + 9$ b) $1 + 4x + 4x^2$ c) $x^2 - 9$

**10.** **Saca factor común.**

**a)** $3a^2 + 6a$ **b)** $4x^3 + 6x^2 - 2x$

a) $3a \cdot (a + 2)$ b) $2x \cdot (2x^2 + 3x - 1)$

**11.** **Simplifica.**

**a)** $\dfrac{3a}{3a^2 + 6a}$ **b)** $\dfrac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$

a) $\dfrac{3a}{3a(a + 2)} = \dfrac{1}{a + 2}$ b) $\dfrac{(x + 3) \cdot (x - 3)}{(x - 3)^2} = \dfrac{x + 3}{x - 3}$

**12.** **¿Cuál de las siguientes fórmulas sirve para calcular la suma, $S$, de los primeros $n$ múltiplos de 5?**

**a)** $\dfrac{4n + n^2}{5}$ **b)** $\dfrac{5n^2 + n}{2}$ **c)** $\dfrac{5(n^2 + n)}{2}$

La fórmula c) $\dfrac{5(n^2 + n)}{2}$.