COMBINATORIA

1. Se distribuyen tres regalos distintos entre cinco chicos. De cuántas formas pueden hacerlo si:

a) cada chico sólo puede recibir un regalo;

b) a cada chico le puede tocar más de un regalo;

c) cada chico sólo puede recibir un regalo pero los tres son idénticos.

Sol: a) $V_5^3 = 60$; b) $VR_5^3 = 125$; c) $C_5^3 = 10$

2. Una persona tiene 6 chaquetas y 10 pantalones. ¿De cuántas formas distintas puede combinar estas prendas?. Sol: 60

3. Un amigo le quiere regalar a otro dos libros y los quiere elegir entre los 15 que le gustan. ¿De cuántas formas puede hacerlo?. Sol: $C_{15}^3 = 105$

4. ¿Cuántos planos distintos determinan 6 puntos en el espacio, si nunca hay más de 3 en un mismo plano? (Nota: tres puntos determinan un plano). Sol: $C_6^3 = 20$

5. ¿Cuántos cuadriláteros se pueden formar con los vértices de un pentágono regular?. Sol: $C_5^4 = 5$

6. Un entrenador dispone de 22 jugadores para formar un equipo de fútbol. ¿Cuántas alineaciones de 11 jugadores puede hacer?. Sol: $C_{22}^{11} = 705432$

7. Una familia, formada por los padres y tres hijos, van al cine. Se sientan en cinco butacas consecutivas.

a) ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse?

b) ¿Y si los padres se sientan en los extremos?

c) ¿Y si los padres deciden no sentarse en los extremos?

Sol: a) $P_5 = 120$; b) $2 \cdot P_3 = 12$; c) $V_3^2 \cdot P_3 = 36$

8. ¿Cuántas opciones tienes, si debes escoger tres asignaturas entre seis optativas?. Sol: $C_6^3 = 20$

9. Con los números 3, 5, 6, 7 y 9 ¿cuántos productos distintos se pueden obtener multiplicando dos de estos números? ¿Cuántos de ellos son múltiplos de 2? ¿Cuántos cocientes distintos se pueden obtener dividiendo dos de estos números?. Sol: a) $C_5^2 = 10$; b) $C_4^1 = 4$; c) $V_5^2 = 20$

10. ¿Cuántos resultados distintos pueden aparecer al lanzar un dado 4 veces?. Sol: $VR_6^4 = 1296$

11. ¿Cuántos números hay entre 2000 y 3000 que tengan sus cifras diferentes?. Sol: $V_9^3 = 504$

12. El alfabeto Morse utiliza los signos . y -. Utilizando como máximo cuatro de estos signos, ¿cuántas secuencias distintas puedes formar?.

Sol: $V_2^1 + VR_2^2 + VR_2^3 + VR_2^4 = 30$

13. Un barco tiene diez banderas diferentes para hacer señales y cada señal se forma

colocando 4 banderas en un mástil. ¿Cuántas señales distintas pueden hacer desde el barco?. Sol: $V_{10}^4 = 4320$

14. A un congreso asisten 60 personas de las cuales 40 sólo hablan inglés y 20 sólo alemán. ¿Cuántos diálogos pueden establecerse sin intérprete?. Sol: $C_{40}^2 + C_{20}^2 = 970$

15. Una cafetería vende 10 tipos de café diferentes. Cinco amigos quieren tomar cada uno un café. ¿Cuántas formas posibles tienen de hacerlo?. Sol: $VR_{10}^5 = 177100000$

16. a) ¿Cuántos números de 6 cifras puedes escribir con los dígitos 1, 2 y 3?. b) ¿Cuántos de ellos contienen todos los dígitos 1, 2 y 3 al menos una vez?. Sol: a) $VR_3^6 = 729$; b) $VR_3^6 - 3VR_2^6 + 3 = 540$ respectivamente.

17. En un plano hay rectas que no son paralelas, ni concurren tres en un mismo punto. Si el número de intersecciones es 21. ¿Cuántas rectas hay?. Sol: 7

18. Todas las personas que asisten a una reunión se estrechan la mano. Si hubo 105 apretones, ¿cuántas personas asistieron?. Sol: 15

19. ¿Cuántos triángulos quedan determinados por 10 puntos si tres cualesquiera no están alineados?.
Sol: $C_{10}^3 = 120$

20. ¿De cuántas formas se pueden sentar tres personas en seis sillas?. Sol: $V_6^3 = 120$

21. Con los números 2, 5, 7 y 9:
a) ¿Cuántos números de tres cifras puedes formar?
b) ¿Cuántos números de tres cifras distintas puedes formar?
c) ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas puedes formar?
d) ¿Cuántos de los números del apartado b) son pares?
Sol: a) 64; b) 24; c) 24; d) 6

22. ¿Cuántas columnas tenemos que cubrir para acertar seguro una quiniela?. Cada columna tiene 15 resultados a elegir entre 1, X, 2. Sol: 14.348.907

23. Para hacer una apuesta en la lotería primitiva hay que marcar con cruces seis números (donde figuran números del 1 al 49). ¿De cuántas formas diferentes puede marcar una persona?. Sol: 13.983.816

24. Resuelve las siguientes ecuaciones:
a) $V_x^3 - 5\,V_x^2 = 0$; b) $10\,P_x + 4\,P_{x+1} = P_{x+2}$; c) $C_x^3 = 5\,C_{x-1}^4$
d) $P_4 \cdot C_x^3 = 2P_3\,V_x^2$; e) $C_x^2 + C_{x-1}^2 + C_{x-2}^2 = 85$; f) $V_x^3 = V_x^4$
Sol: a) $x = 5$; b) $x = 4$; c) $x = 6$; d) $x = 5$; e) $x = 9$; f) $x = 4$

25. ¿De cuántas formas se pueden cubrir los puestos de Presidente y Secretario de una comunidad de vecinos, contando con 10 vecinos para ello?. Sol: $V_{10}^2 = 90$

26. Te enseñan 6 discos para que elijas 3 como regalo. ¿De cuántas formas puedes elegir?. Sol: $C_6^3 = 20$

27. ¿Cuántas palabras se pueden escribir con las letras de SOBRE, sin repetir ninguna?. Sol: $P_5 = 120$

28. Ocho amigos van de viaje llevando para ello dos coches. Si deciden ir 4 en cada coche.

a) ¿De cuántas formas pueden ir si todos tienen carnet de conducir?

b) ¿De cuántas formas pueden ir si sólo tres tienen carnet de conducir?

sol: a) $P_8 = 40320$; b) $V_3^2.P_6 = 4320$

29. En una carrera compiten 10 caballos. En los boletos hay que indicar el nombre del 1º, 2º y 3º. ¿Cuántos deberemos rellenar para asegurarnos de que ganaremos?. Sol: $V_{10}^3 = 720$

30. En una estantería hay 6 libros de matemáticas y 3 de física. Queremos coger 2 de cada. ¿De cuántas maneras podemos hacerlo?. Sol: $C_6^2.C_3^2 = 45$

31. En una clase de 20 alumnos se van a conceder 3 premios: uno al más destacado en matemáticas, otro al mejor en historia y otro al mejor deportista. De cuántas formas distintas podemos hacerlo?. Sol: $VR_{20}^3 = 8.000$

32. Se quiere formar un equipo de futbol-sala (cinco jugadores) de un total de 10. Si sólo tenemos un portero, ¿cuántos equipos distintos podemos formar?. Sol: $C_9^4 = 126$

33. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $V_x^4 = 12\ V_x^2$ b) $V_x^1 + V_x^2 + V_x^3 = 17x$

c) $VR_x^2 + 5VR_{x-2}^2 = 70$ d) $VR_x^2 - VR_{x-1}^2 = 9$

Sol: a) $x = 6$; b) $x = 5$; c) $x = 5$; d) $x = 5$

34. Se juega un torneo entre 10 equipos por el sistema de liga, a una sola vuelta.

a) ¿Cuántos partidos habrán de jugarse en total?

b) Si reciben trofeo los tres primeros, ¿de cuántas forman pueden repartirse los trofeos si son distintos?

Sol: a) $C_{10}^2 = 45$; b) $V_{10}^3 = 720$

35. Con los dígitos 1, 3, 5 y 7, ¿cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar? ¿Y cuántos si se pueden repetir las cifras?. Sol: $V_4^3 = 24$; $VR_4^3 = 64$

36. En un campeonato de fútbol participan 12 equipos. ¿De cuántas maneras se pueden ocupar los tres primeros puestos?. Sol: $V_{12} = 1320$

37. a) ¿De cuántas formas diferentes se pueden cubrir los puestos de presidente, secretario y tesorero de un club deportivo sabiendo que hay 10 candidatos?. b) Si el puesto de presidente ya está asignado a uno de ellos ¿de cuántas formas se pueden cubrir los otros dos puestos?. Sol: a) $V_{10}^3 = 720$; b) $V_9^2 = 72$

38. ¿De cuántas maneras pueden acomodarse 6 personas:

a) En una fila de 5 sillas?

b) En una fila de 6 sillas?

c) Alrededor de una mesa redonda de 6 sillas?

Sol: a) $V_6^5 = 720$; b) $P_6 = 720$; c) $P_5 = 120$

39. a) ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, sin que se repita ninguna cifra?. b) ¿Y si se pueden repetir?. Nota: Si un número empieza por 0 no se considera de tres cifras). Sol: a) $V_{10}^3-V_9^2 = 648$; b) $VR_{10}^3-VR_9^2-V_9^1-1 = 909$

40. Con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5, ¿cuántos números distintos de tres cifras distintas se pueden formar de modo que el 5 ocupe siempre el lugar de las decenas?. Sol: $V_4^2 = 12$

41. a) ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con las cifras pares 1, 2, 3 y 4 sin que se repita ninguna? b) ¿Cuántos terminan en 34? c) ¿Cuántos habrá que sean mayores que 300?. Sol: a) $V_4^3 = 24$; b) 2; c) $2.V_3^2 = 12$

42. ¿Cuántas quinielas de 14 resultados debemos sellar para estar seguros de obtener 14 aciertos:

a) supuestos 5 resultados fijos.

b) si ponemos nueve "1".

c) si ponemos ocho "1", cuatro "x" y dos "2".

Sol: a) $VR_3^9 = 19683$; b) $C_{14}^9 . VR_2^5 = 64064$; c) $C_{14}^8.C_6^4 = 45045$

43. En una carrera ciclista participan 30 corredores, al llegar a la meta se entregan tres premios distintos a distintos corredores. ¿De cuántas formas se podrá realizar la entrega?. Sol: $V_{30}^3 = 24360$

44. Las nuevas matrículas de los coches están formadas por tres letras seguidas de tres números repetidos o no. ¿Cuántos coches se podrán matricular por este sistema?. Se supone que el alfabeto tiene 26 letras. Sol: $VR_{26}^3 . VR_{10}^4 = 175760000$

45. Si se tienen 10 puntos no alineados, ¿cuántos segmentos habrán de trazarse para unirlos todos, dos a dos?. Sol: $C_{10}^2 = 45$

46. Resuelve las ecuaciones: a) $P_{x+1} - P_x = 96$; b) $V_x^3/P_3 = 2\ V_{x+1}^2/P_2$; c) $V_x^2\ P_3 = P_2\ V_x^3$.

Sol: a) $x = 4$; b) $x = 3$; c) $x = 5$

47. Con las letras de la palabra PARTIDO: a) ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer? b) ¿Cuántas empiezan por P? c) ¿Cuántas empiezan por PAR?.

Sol: a) $P_7 = 5040$; b) $P_6 = 720$; c) $P_4 = 24$

48. En una empresa de 12 empleados 5 son mujeres y 7 hombres, se forma un comité compuesto por 2 mujeres y 3 hombres. ¿De cuántas maneras puede formarse, si:

a) puede pertenecer a él cualquier mujer o cualquier hombre?

b) un hombre determinado tiene que pertenecer al comité?

c) dos hombres en concreto no pueden estar en el comité?

Sol: a) $C_5^2.C_7^3 = 350$; b) $C_5^2.C_6^2 = 150$; c) $C_5^2.C_5^3 = 100$

49. ¿De cuántas formas se pueden sentar cinco personas en una fila de butacas de un cine?. Sol: $P_5 = 120$

50. ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar cinco personas alrededor de una

mesa circular?. Sol: $P_4 = 24$

51. Un matrimonio quiere invitar a sus amigos a cenar. Debido a las dimensiones de su casa sólo puede invitar a 5 de cada vez. Si quieren invitar a 10 amigos.
a) ¿De cuántas maneras puede invitar a 5 de ellos?.
b) ¿De cuántas maneras, si dos son matrimonio y no asisten separados?.
c) ¿Y si dos no se llevan bien y no se les quiere invitar juntos?
Sol: a) $C_{10}^5 = 252$; b) $C_8^5 + C_8^3 = 112$; c) $2.C_8^4 + C_8^5 = 196$

52. ¿De cuántas formas se pueden colocar 10 personas en una fila si dos de ellas tienen que estar siempre en los extremos?. Sol: $2.P^8 = 80640$

53. En una urna hay tres bolas rojas, tres verdes, cuatro negras y dos azules. ¿De cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna?. Sol: $PR_{12}^{3,3,4,2} = 277.200$

54. En una clase hay 10 niños y 5 niñas.
a) ¿De cuántas maneras puede escoger el profesor un grupo de 3 alumnos?
b) ¿En cuántos grupos habrá una sola niña?
c) ¿En cuántos habrá un niño por lo menos?
Sol: a) $C_{15}^3 = 455$; b) $5.C_{10}^2 = 225$; c) $C_{15}^3 - C_5^3 = 445$

55. ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar con las letras de la palabra MATEMATICAS?.
Sol: $PR_{11}^{2,2,3} = 1.663.200$

56. ¿De cuántas formas distintas pueden llegar a la meta cinco atletas en una carrera?. Sol: $P_5 = 120$

57. ¿De cuántas formas distintas pueden tres chicas y dos chicos en una fila de butacas de un cine teniendo en cuenta que no pueden estar dos chicos juntos ni dos chicas juntas?. Sol: $P_3.P_2 = 12$

58. Resuelve las ecuaciones: a) $10.C_x^3 = x.V_x^2$; b) $2.C_x^3 + C_{x+1}^3 - C_{x+2,3} = x$.
Sol: a) $x = 5$; b) $x = 5$

59. En un determinado programa de televisión intervienen cuatro presentadores. Si en la emisora trabajan 10 presentadores, ¿de cuántas formas distintas se puede presentar el programa?. Sol: $C_{10}^4 = 210$

60. ¿Cuántas jugadas diferentes se pueden obtener si se sacan cinco cartas de una baraja de 40 cartas?.
Sol: $C_{40}^5 = 658008$

61. ¿De cuántas maneras pueden ordenarse 6 libros en un estante si:
a) es posible cualquier ordenación?
b) 3 libros determinados deben estar juntos?
c) dos libros determinados deben ocupar los extremos?
d) tres libros son iguales entre sí?
Sol: a) $P_6 = 720$; b) $4.P_3.P_3 = 144$; c) $2.P_4 = 48$; d) $PR_6^3 = 120$

62. Se quiere preparar una salsa con tres ingredientes. Si disponemos de siete ingredientes en la despensa. ¿Cuántas salsas distintas se podrían preparar?

Sol: $C_7^3 = 35$

63. En un centro escolar hay 40 en 1º de ESO, 35 en 2º, 32 en 3º y 28 en 4º. Para hablar con la dirección se quiere formar una comisión que esté integrada por un alumno de cada curso. ¿Cuántas comisiones se pueden formar?. Sol: 40.35.32.28

64. A una reunión asisten 15 personas y se intercambian saludos entre todos, ¿cuántos saludos se han intercambiado?. Sol: $C_{15}^2 = 105$

65. ¿De cuántas maneras se pueden distribuir las ocho últimas localidades de un partido de fútbol entre los doce aficionados que aún esperan en la cola de entrada?. Sol: $C_{12}^8 = 495$

66. ¿Cuántas apuestas hay que rellenar en las quinielas de fútbol para tener la seguridad de acertar seis resultados, aparte del complementario?. Sol: $VR_3^6 = 729$

67. Tres matrimonios se reunen para celebrar el aniversario de uno de ellos. Desean que les hagan una fotografía de forma que estén todos los hombres juntos y también las mujeres. ¿De cuántas formas distintas pueden colocarse?. Sol: $2.P_3.P_3 = 72$

68. a) Con los dígitos pares, ¿cuántos números inferiores a 1.000 se pueden escribir?. b) ¿Y con los impares?

Sol: a) $VR_5^3 = 125$; b) $VR_5^3 + VR_5^2 + VR_5^1 = 155$